

**CONCOURS OUVERT LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**1<sup>ère</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 5 heures – Coefficient 5)**

**Mardi 13 juin 2023**

**Une composition rédigée en cinq heures portant sur un sujet d'ordre général relatif à l'évolution des idées et des faits politiques, économiques, sociaux et culturels en France et dans le monde permettant d'apprécier l'aptitude du candidat à exprimer, sur le sujet proposé, tant une analyse des faits et des événements qu'une interprétation personnelle et argumentée.**

**SUJET :**

**Le numérique, facteur d'inclusion ?**



**CONCOURS OUVERT LES 13, 14, 15 ET JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS INTERNE**

**1<sup>ère</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 5 heures – Coefficient 5)**

**Vendredi 30 juin 2023**

**Une composition rédigée en cinq heures portant sur un sujet d'ordre général relatif à l'évolution des idées et des faits politiques, économiques, sociaux et culturels en France et dans le monde permettant d'apprécier l'aptitude du candidat à exprimer, sur le sujet proposé, tant une analyse des faits et des événements qu'une interprétation personnelle et argumentée.**

**SUJET :**

**La solidarité est-elle encore une valeur ?**

**CONCOURS OUVERT LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE et EXTERNE SPECIAL dit « Talents »**

**1<sup>ère</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 5 heures – Coefficient 5)**

**Mardi 13 juin 2023**

**Une composition rédigée en cinq heures portant sur un sujet d'ordre général relatif à l'évolution des idées et des faits politiques, économiques, sociaux et culturels en France et dans le monde permettant d'apprécier l'aptitude du candidat à exprimer, sur le sujet proposé, tant une analyse des faits et des événements qu'une interprétation personnelle et argumentée.**

**SUJET :**

**La vieillesse est-elle une seconde jeunesse ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**DROIT ET GESTION DES COLLECTIVITES TERRITORIALES**

**SUJET :**

**L'intercommunalité est-elle l'avenir des collectivités territoriales ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**DROIT HOSPITALIER ET DROIT DES ETABLISSEMENTS  
SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**SUJET :**

**Gestion publique et gestion privée des Etablissements d'Hébergement pour  
Personnes Agées Dépendantes.**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023**

**POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**3<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Jeudi 15 juin 2023**

**DROIT PUBLIC**

**SUJET :**

**Le droit public face aux crises.**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNES et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**FINANCES PUBLIQUES**

**SUJET :**

**Les chambres régionales des comptes garantissent-elles un contrôle efficient  
des finances publiques locales ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**HISTOIRE**

**SUJET :**

**Se nourrir de la fin du moyen-âge au milieu du XIX<sup>ème</sup> siècle.**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**LEGISLATION DE SECURITE SOCIALE ET D'AIDE SOCIALE**

**SUJET :**

**Les femmes et la sécurité sociale.**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**3<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Jeudi 15 juin 2023**

**SANTE PUBLIQUE**

**SUJET :**

**En quoi l'amélioration de la qualité de vie des populations constituent-elles un  
facteur d'optimisation des dépenses de santé ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**3<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Jeudi 15 juin 2023**

**SCIENCES ECONOMIQUES**

**SUJET :**

**L'allocation optimale des biens publics est-elle efficace et juste ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**SOCIOLOGIE**

**SUJET :**

**La carrière est-elle un concept pertinent pour analyser le rapport au travail ?**

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**GESTION COMPTABLE ET FINANCIERE DES ENTREPRISES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 11 pages + celle-ci.**

## PREMIERE PARTIE

La SAS PARTIMEDI conçoit, fabrique et distribue des lits médicalisés et du mobilier à destination des établissements sanitaires et médico-sociaux (EHPAD, SSR, USLD, hôpitaux...). Ses clients sont français et étrangers.

Son activité est soumise à la TVA au taux normal (20%).

Les frais accessoires sur achats sont inscrits dans les comptes de charge par nature.

Les opérations comptables sont ventilées dans les journaux auxiliaires Achats (code HA), Ventes (code VTE), Immobilisations (code IMO), Banque (code BQ) et Opérations Diverses (code OD).

L'exercice comptable coïncide avec l'année civile.

L'entreprise utilise les comptes du Plan Comptable Général (comptes à 6 chiffres). Le plan de compte des tiers prend en compte le compte numérique de tiers collectif, suivi des 3 premières lettres alphabétiques du tiers.

**Vous êtes chargé(e) d'enregistrer les opérations relatives aux quatre dossiers soumis, réalisées au cours de l'exercice comptable 2022, ainsi que les écritures d'inventaire nécessaires.**

### I- Opérations courantes de la seconde quinzaine de décembre 2022 non encore comptabilisées

15 décembre : achat de matières premières au fournisseur POINTEAU : 14 750 € HT. Remise 5%. Frais de transport : 130 € HT. Assurance : 60 €. Règlement à 30 jours. Facture n° 3541.

17 décembre : réception de la facture d'honoraires n° 2022/311 de maître SODIA, avocat de l'entreprise, qui n'a exercé aucune option en matière de TVA : 2 500 € HT. Règlement sous huitaine.

18 décembre : entretien du véhicule de tourisme Renault Captur (5 portes). Facture n° F13149 du garage RENAULT : 162 € TTC. La mention « TVA acquittée sur les débits » est portée sur la facture. Règlement à 30 jours.

19 décembre : règlement du client suédois LARSSON par virement bancaire n° 5739 concernant une facture du 20 novembre n°F605 d'un montant de 180 375 SEK.

. cours de la couronne suédoise au 20 novembre 2022 : 1 € = 11,0532 SEK

. cours de la couronne suédoise au 19 décembre 2022 : 1 € = 11,1296 SEK

23 décembre : chèque n°136874 à maître SODIA en règlement de la facture du 17 décembre.

27 décembre : l'entreprise PARTIMEDI cède à la société d'affacturage FACTO, des créances à échéances diverses pour un montant de 12 000 €. Bordereau de cession n° 54.

30 décembre : virement des fonds par la société d'affacturage FACTO. Rémunération d'affacturage soumise à la TVA : 2,25 %, commission de financement : 127,50 €. Avis de crédit de la banque n° 431.

31 décembre : extrait de la balance au 31 décembre 2022 pour comptabiliser la déclaration de TVA :

	Montants (en €)
TVA due intracommunautaire	7 610,25
TVA déductible sur immobilisations	1 065,00
TVA déductible sur autres biens et services	11 335,75
TVA déductible sur acquisitions intracommunautaires	7 610,25
Crédit de TVA	616,00
TVA collectée	15 290,32
TVA sur encaissements à régulariser	1 867,00

## II- Opérations de cession et de mise au rebut réalisées au cours de l'année 2022

### . Cession d'un entrepôt de stockage

Le 02 mai 2022, la SAS PARTIMEDI procède à la cession d'un entrepôt de stockage pour un montant de 65 000 €, Elle n'a exercé aucune option pour l'imposition du prix de cession à la TVA. Cet entrepôt avait été acquis le 01 avril 2011 pour un montant HT de 80 000 €. L'acquisition avait été soumise à la TVA au taux de 19,60 %. Les amortissements pratiqués jusqu'à la date de cession s'élèvent à 44 333 €. Seul l'enregistrement comptable suivant a été effectué lors de la cession :

02-05-22	BQ	512000 471000	Banques Compte d'attente	<i>Cession entrepôt</i>	65 000,00	65 000,00
----------	----	------------------	-----------------------------	-------------------------	-----------	-----------

### . Mise au rebut d'une ancienne machine

Une ancienne machine a été mise au rebut le 10 octobre 2022. Elle avait été acquise le 01 juillet 2018 pour un montant HT de 85 000 € et amortie en linéaire sur une durée de 5 ans. Aucun enregistrement n'a été effectué en 2022.

### . Cession de titres

La SAS PARTIMEDI a acquis en 2018, 500 titres de la société BORDAGE au cours de 110 € l'une (ce qui représente 12 % du capital de l'entreprise BORDAGE). Fin 2021, une dépréciation de 5 000 € avait été constituée sur ces actions. Déçue des résultats de l'entreprise BORDAGE, la SAS PARTIMEDI a décidé le 25 novembre 2022 de céder toutes les actions de cette entreprise. A cette date, le comptable a uniquement saisi l'écriture suivante sur le PGI :

25-11-22	BQ	512000 627100 445660 471000	Banques Frais sur titres TVA déductible sur ABS Compte d'attente	<i>Cession titres Bordage</i>	43 920,00 900,00 180,00	45 000,00
----------	----	--------------------------------------	---	-------------------------------	-------------------------------	-----------

## III- Participation des salariés

Les dirigeants de l'entreprise, dont l'effectif est inférieur à 50 salariés, ont soumis à leurs salariés un accord de participation. Ils l'ont tous ratifié le 1<sup>er</sup> juin 2021. Pour l'année 2021, le calcul de la réserve spéciale de participation effectué conformément à la formule de droit commun s'élève à 21 000 €. L'écriture suivante a été comptabilisée au 31 décembre 2021 :

31-12-21	OD	691000 428400	Participation des salariés aux résultats Personnel-dettes provisionnées pour participation des salariés	<i>Participation 2021</i>	21 000,00	21 000,00
----------	----	------------------	---	---------------------------	-----------	-----------

Les comptes de l'exercice 2021 ont été approuvés le 15 avril 2022. Aucun salarié n'a expressément demandé à percevoir la participation. Le 09 mai 2022, la réserve spéciale de participation a été placée sur des comptes ouverts au nom des bénéficiaires en application d'un plan d'épargne entreprise (PEE).

Les taux de CSG et CRDS à appliquer sont les suivants :

. CSG : 9,20 %                      . CRDS : 0,5%

#### IV- Travaux d'inventaire divers

. Des matières premières ont été réceptionnées le 30 décembre 2022. A la clôture de l'exercice, la facture du fournisseur n'est toujours pas parvenue : montant 4 500 € HT.

. Le 30 novembre 2022, l'entreprise a été prélevée par la société UFB pour 720 € TTC. Ce montant concerne la redevance de crédit-bail trimestrielle relative à un véhicule utilitaire. La redevance couvre la période du 1<sup>er</sup> décembre 2022 à fin février 2023.

. La SAS PARTIMEDI était en litige avec le client PARISOT pour un retard sur la livraison d'une commande de lits médicalisés en 2021. Lors de l'inventaire fin 2021, une provision a été enregistrée pour 2 550 €. Un accord a été trouvé en 2022 avec le client lors d'une conciliation. Ce litige est clos.

L'entreprise SAS PARTIMEDI s'est engagée à émettre un rabais de 400 € HT sur les lits médicalisés vendus au bénéfice du client PARISOT (facture d'avoir non encore émise au 31 décembre 2022).

. Un emprunt de 120 000 € a été réalisé le 1<sup>er</sup> octobre 2021. Il est remboursable sur 6 ans par amortissements constants au taux d'intérêt de 2%.

Extrait du tableau d'amortissement de l'emprunt :

Numéro d'échéance	Date d'échéance	Capital restant dû en début de période	Amortissement	Intérêts	Annuité
1	30/09/22	80 000,00	16 000,00	1 600,00	17 600,00
2	30/09/23	64 000,00	16 000,00	1 280,00	17 280,00
3	30/09/24	48 000,00	16 000,00	960,00	16 960,00

. En 2022, le client DUPORT a émis des doutes sur sa capacité à régler la facture de 3 700 € HT du 29 octobre. Le risque concerne 80 % de la créance.

. L'entreprise a fait réaliser par ses salariés l'agrandissement de ses locaux administratifs fin 2022.

Début des travaux : 25 novembre 2022. Durée prévisionnelle du chantier : 6 mois.

Dépenses engagées entre le 25 novembre et le 31 décembre :

- 12 000 € pour les matériaux de construction ;
- 5 000 € pour les charges directes de production ;
- 2 000 € pour les charges indirectes de production.

### ANALYSE FINANCIERE

La société MEDIC intervient dans la fabrication d'équipements, de matériels pour les services médicaux de ses clients : des hôpitaux publics, des cliniques ou des cabinets médicaux. Elle propose des équipements performants, un suivi de qualité, une installation sur site et la formation du personnel utilisateur.

Vous effectuez un stage au sein de la direction financière de cette société. On vous remet les documents présentés en annexe.

#### DOCUMENT 1 : Données générales

##### **Excédent Brut d'Exploitation**

C'est un solde intermédiaire de gestion, il constitue un indicateur du niveau de richesse dégagé par l'entreprise grâce à son seul cycle d'exploitation. L'EBE tient uniquement compte du chiffre d'affaires et il exclut les dépenses exceptionnelles ou encore celles liées à la politique d'investissement et d'amortissement de l'entreprise.

##### **Capacité d'autofinancement**

C'est un indicateur clé de la santé de l'entreprise, qui révèle le flux potentiel de trésorerie (ressources générées par l'activité).

Le calcul de la CAF peut être effectué de deux manières à partir de 2 éléments clés du compte de résultat : l'excédent brut d'exploitation et le résultat net.

Selon le choix de la méthode de calcul de la capacité d'autofinancement, les éléments suivants interviennent :

- Les charges décaissées et les produits encaissés, c'est-à-dire les entrées et les sorties de trésorerie écartées du calcul de l'EBE (charges financières, produits financiers, opérations de gestion, pénalités, amendes, etc.) ;
- Les charges calculées et produits calculés, des éléments qui ne font pas l'objet d'entrée ou de sortie de trésorerie (provisions, dotations, amortissements ;
- La valeur nette comptable d'éléments d'actif cédés, qui correspond à la cession d'immobilisations ;
- Les produits des cessions d'éléments d'actif, qui indiquent le prix de vente de la cession d'immobilisations.

## **DOCUMENT 2 : Données relatives à la société MEDIC**

- L'exercice comptable correspond à l'année civile.
- 350 K€ ont été distribués en 2022.
- Une double augmentation de capital a eu lieu en 2022 :
  - par incorporation d'une partie des autres réserves.
  - par émission d'actions nouvelles
- La société a souscrit de nouveaux emprunts en 2022 : montant 4 500 k€.
- Les autres créances, les valeurs mobilières de placement sont hors exploitation.
- Les charges et produits constatés d'avance sont répartis entre l'exploitation et le hors exploitation.

Le montant hors exploitation des charges constatées d'avance est réparti de la façon suivante : 110 pour 2021, et 80 pour 2022.

Le montant hors exploitation des produits constatés d'avance est réparti de la façon suivante : 180 pour 2021, et 0 pour 2022.

- Les dettes IS, ainsi que les dettes sur immobilisations sont hors exploitation.
- Les données sont à présenter en milliers d'euros (k€).

### **Travail à faire :**

**A l'aide des annexes, répondre aux questions qui suivent.**

**1°) Déterminer l'EBE pour 2022.**

**2°) Calculer le montant de la CAF pour 2022 selon deux manières.**

**3°) Présenter la partie 1 du tableau de financement pour 2022 (voir ANNEXE A). Le tableau est à reproduire sur la copie. Puis, commenter la partie 1 du tableau de financement, en indiquant notamment la manière dont les investissements ont été financés.**

**4°) Présenter la partie 2 du tableau de financement pour 2022 (voir ANNEXE B). Le tableau est à reproduire sur la copie. Puis, commenter la partie 2 en précisant l'évolution du BFRE et de la trésorerie.**

**5°) Calculer l'excédent de trésorerie d'exploitation (ETE) pour 2022. Donner sa signification.**

**6°) Porter un jugement sur l'évolution de la situation financière, puis proposer trois recommandations à la directrice financière susceptibles d'améliorer la situation de la société.**

**ANNEXE 1 : BILAN DE LA SOCIETE MEDIC AU 31/12/2022 ( en milliers d'euros)**

POSTES D'ACTIF		BRUT	Amortissements Dépréciations	NET	POSTES DU PASSIF		NET
	Capital souscrit non appelé (0)				C	Capital social ou individuel (dont versé 5 000)	5 000
	Immobilisations incorporelles :				A	Prime d'émission	500
	Frais d'établissement				P	Réserves	250
A	Frais de recherche et de développement				I	Réserve légale	490
C	Concessions, brevets, licences, marques, procédés, droits, valeurs similaires	1 800	440	1 360	A	Réserves statutaires ou contractuelles	
T	Autres				U	Réserves réglementées	
I	Avances et acomptes				X	Autres	
F	Autres					Report à nouveau	
I	Immobilisations corporelles :				P	Résultat de l'exercice (bénéfice ou perte)	600
M	Terrains	610		610	R	Subventions d'investissement	
M	Constructions	4 220	880	3 340	O	TOTAL I	6 840
D	Installations techniques, matériel et outillage industriel	7 600	2 920	4 680	P	Provisions pour risques	620
B	Autres				R	Provisions pour charges	
I	Avances et acomptes				E	TOTAL II	620
L	Immobilisations financières :				S	Dettes financières	
I	Participations	180	20	160		Emprunts obligataires	
I	Autres titres immobilisés					Autres emprunts obligataires	
S	TOTAL I	14 410	4 260	10 150		Emprunts et dettes auprès des établissements de crédit (1)	10 400
É	Stocks et en-cours				D	Avances et acomptes reçus sur commandes en cours	
A	Matières premières et autres approv.	990	150	840	e	Dettes fournisseurs et comptes rattachés	3 670
C	En-cours de production (biens et services)				t	Dettes fiscales et sociales (2)	930
T	Produits intermédiaires et finis	3 350	90	3 260	t	Dettes sur immobilisations et comptes rattachés	490
I	Marchandises				e	Autres dettes	150
F	Autres				s	Produits constatés d'avance	
C	Avances et acomptes versés sur commande					TOTAL III	15 600
I	Créances	7 710	350	7 360		TOTAL GÉNÉRAL (I) + (II) + (III) + (IV)	23 060
R	Créances clients et comptes rattachés	800		800		(1)	dont concours bancaires courants
C	Autres				(2)	(2)	dont dettes IS
U	Capital souscrit, appelé non versé						
L	Valeurs mobilières de placement						
A	Actions propres	340	20	320			
N	Autres titres	140		140			
T	Disponibilités	190		190			
	Charges constatées d'avance						
	TOTAL II	13 520	610	12 910			
	Charges à répartir sur plusieurs exercices (III)						
	Primes de remboursement des emprunts (IV)						
	Écart de conversion actif (V)						
	TOTAL GENERAL (0) + (I) + (II) + (III) + (IV) + (V)	27 930	4 870	23 060			

ANNEXE 2 : COMPTE DE RÉSULTAT DE LA SOCIETE MEDICAL AU 31/12/2022 ( en milliers d'euros )			
CHARGES ( hors taxes )	Exercice 2022	PRODUITS ( hors taxes )	Exercice 2022
<b>Charges d'exploitation</b>		<b>Produits d'exploitation</b>	
Achats de marchandises		Ventes de marchandises	87 940
Variation des stocks		Production vendue (biens et services)	87 940
Achats de matières premières et autres approvisionnements	33 470	<b>Sous total A - Montant net du chiffre d'affaires</b>	
Variation des stocks	250	dont à l'exportation	
Autres achats et charges externes	10 670	Production stockée	1 300
Impôts, taxes et versements assimilés	2 450	Production immobilisée	100
		Subventions d'exploitation	
Salaires et traitements	26 400	Reprises sur dépréciations, provisions (et amortissements), transfert de charges (2)	250
Charges sociales	12 850	Autres produits	
Dotations aux amortissements et aux dépréciations		<b>Sous Total B</b>	<b>1 650</b>
Sur immobilisations : dotations aux amortissements	1 940	<b>TOTAL I (A + B)</b>	<b>89 590</b>
Sur immobilisations : dotations aux dépréciations			
Sur actif circulant : dotations aux dépréciations	370	<b>Quotes-parts de résultat sur opérations faites en commun (II)</b>	
Dotations aux provisions	70		
Autres charges	200	<b>Produits financiers</b>	
<b>TOTAL I</b>	<b>88 170</b>	De participation	20
<b>Quotes-parts de résultat sur opérations faites en commun (II)</b>		D'autres valeurs mobilières et créances de l'actif immobilisé	
<b>Charges financières</b>		Autres intérêts et produits assimilés	
Dotations aux amortissements, dépréciations et provisions	30	Reprises sur dépréciations, provisions (et amortissements), transfert de charges (2)	10
Intérêts et charges assimilés	420	Différences positives de change	
Différences négatives de change		Produits nets sur cessions de valeurs mobilières de placement	50
Charges nettes sur cessions de valeurs mobilières de placement	70	<b>TOTAL III</b>	<b>80</b>
<b>TOTAL III</b>	<b>520</b>	<b>Produits exceptionnels</b>	
<b>Charges exceptionnelles</b>		Sur opérations de gestion	
Sur opérations de gestion	430	Sur opérations en capital (3)	570
Sur opérations de capital (1)		Reprises sur dépréciations, provisions (et amortissements), transfert de charges (2)	80
Dotations aux amortissements, dépréciations et provisions	80	<b>TOTAL IV</b>	<b>650</b>
<b>TOTAL IV</b>	<b>520</b>		
Participation des salariés aux résultats (V)	230	<b>Total des produits (I+II+III+IV)</b>	<b>90 320</b>
Impôts sur les bénéfices (VI)	280	Solde débiteur = perte	
<b>TOTAL DES CHARGES (I+II+III+IV+V+VI)</b>	<b>89 720</b>	<b>TOTAL GÉNÉRAL</b>	<b>90 320</b>
Solde créditeur = bénéfice	600		
<b>TOTAL GÉNÉRAL</b>	<b>90 320</b>		
(1) dont valeurs comptables des éléments d'actif cédés :	430	(2) Aucun transfert de charges n'a été effectué au cours de l'exercice	
		(3) dont produits des cessions d'éléments d'actif	570

**ANNEXE 3 : BILAN DE LA SOCIETE MEDIC AU 31/12/2021 ( en milliers d' euros )**

POSTES D'ACTIF		BRUT	Amortissements Dépréciations	NET	POSTES DU PASSIF		NET
	Capital souscrit non appelé (0)					Capital social ou individuel (dont versé 2 500)	2 500
	Immobilisations incorporelles :					Prime d'émission	
	Frais d'établissement					Réserves	200
A	Frais de recherche et de développement					Réserve légale	
C	Concessions, brevets, licences marques, procédés, droits valeurs similaires	1 600	250	1 350	A	Réserves statutaires ou contractuelles	
T	Fonds commercial				U	Réserves réglementées	
I	Autres				X	Autres	1 400
F	Avances et acomptes					Report à nouveau	
I	Avances et acomptes				P	Résultat de l'exercice (bénéfice ou perte)	1 000
M	Immobilisations corporelles :				R	Subventions d'investissement	
O	Terrains	610		610	O	TOTAL I	5 100
M	Constructions	2 970	900	2 070		Provisions pour risques	600
B	Installations techniques, matériel et outillage industriel	4 150	2 060	2 090		Provisions pour charges	
I	Autres				S	TOTAL II	600
L	Avances et acomptes					Emprunts obligataires	
I	Avances et acomptes					Autres emprunts obligataires	
S	Immobilisations financières :					Emprunts et dettes auprès des établissements de crédit (1)	5 530
E	Participations	510	30	480		Emprunts et dettes financières diverses	
	Autres titres immobilisés				D	Avances et acomptes reçus sur commandes en cours	2 910
	TOTAL I	9 840	3 240	6 600	t	Dettes fournisseurs et comptes rattachés	710
A	Stocks et en-cours				t	Dettes fiscales et sociales (2)	
C	Matières premières et autres approv.	830	20	810	e	Autres dettes	360
T	En-cours de production (biens et services)				s	Produits constatés d'avance	
I	Produits intermédiaires et finis	2 200	170	2 030		TOTAL III	9 510
F	Marchandises					TOTAL GÉNÉRAL (I) + (II) + (III) + (IV)	15 210
C	Avances et acomptes versés sur commande					dont concours bancaires courants	230
I	Créances					dont dettes IS	120
R	Créances clients et comptes rattachés	5 060	250	4 810	(1)		
C	Autres	220		220	(2)		
U	Capital souscrit appelé non versé						
L	Valeurs mobilières de placement	200		200			
A	Actions propres	280		280			
N	Autres titres						
T	Disponibilités	260		260			
	Charges constatées d'avance						
	TOTAL II	9 050	440	8 610			
	Charges à répartir sur plusieurs exercices (III)						
	Primes de remboursement des emprunts (IV)						
	Ecart de conversion actif (V)						
	TOTAL GÉNÉRAL (0) + (I) + (II) + (III) + (IV) + (V)	18 890	3 680	15 210			

**ANNEXE 4 : ANNEXES AUX COMPTES ANNUELS AU 31/12/2022 - SOCIÉTÉ MEDIC**
**Tableau des immobilisations**

	Valeur brute début exercice	Augmentations	Diminutions	Valeur brute fin exercice
<b>Immobilisations incorporelles</b>				
Concessions, brevets.....	1 600	200		1 800
<b>Immobilisations corporelles</b>				
Terrains	610			610
Constructions	2 970	1 550	300	4 220
Installations techniques	4 150	4 000	550	7 600
Autres				
<b>Immobilisations financières</b>				
Participations	510		330	180
<b>Total</b>	<b>9 840</b>	<b>5 750</b>	<b>1 180</b>	<b>14 410</b>

**Tableau des amortissements**

	Montant amortissements début exercice	Augmentations	Diminutions	Montant amortissements fin exercice
<b>Immobilisations incorporelles</b>				
Concessions, brevets.....	250	190		440
<b>Immobilisations corporelles</b>				
Constructions	900	250	270	880
Installations techniques	2 060	1 500	640	2 920
Autres				
<b>Total</b>	<b>3 210</b>	<b>1 940</b>	<b>910</b>	<b>4 240</b>

**Tableau des dépréciations**

	Dépréciations début exercice	Augmentations : dotations de l'exercice	Diminutions : reprises de l'exercice	Dépréciations fin exercice
Immobilisations incorporelles				
Immobilisations corporelles				
Immobilisations financières	30	30	10	50
Stocks	190	250	200	240
Créances clients	250	150	50	350
VMP		20		20
<b>Total</b>	<b>470</b>	<b>450</b>	<b>260</b>	<b>660</b>

**Tableau des provisions**

	Provisions début exercice	Augmentations : dotations de l'exercice	Diminutions : reprises de l'exercice	Provisions fin exercice
Provisions pour risques	600	100	80	620
Provisions pour charges				
<b>Total</b>	<b>600</b>	<b>100</b>	<b>80</b>	<b>620</b>

**Détail des cessions**

	Prix cession HT
<b>Immobilisations corporelles</b>	
Installations techniques	50
Constructions	120
<b>Immobilisations financières</b>	
Titres de participations	400
<b>Total</b>	<b>570</b>

ANNEXE A Partie 1- Tableau de financement

	2022	2022
Distributions mises en paiement au cours de l'ex.		
Acquisitions d'éléments de l'actif immobilisé :		
Immobilisations incorporelles		
Immobilisations corporelles		
Immobilisations financières		
Réduction des capitaux propres		
Remboursements de dettes financières		
<b>Total des emplois</b>		
Variation du fonds de roulement net global (ressource nette)		
Capacité d'autofinancement de l'exercice		
Cessions ou réductions actif immobilisé :		
Cessions d'immobilisations :		
- incorporelles		
- corporelles		
Cessions ou réductions immobilisations financ.		
Augmentation des capitaux propres :		
Augmentation de capital ou apports		
Augmentation des autres capitaux propres		
Augmentation des dettes financières		
<b>Total des ressources</b>		
Variation du fonds de roulement net global (emploi net)		

**ANNEXE B - Partie 2 - Tableau de financement**

	Exercice 2022	
	Besoins (1)	Dégagement (2)
		SOLDE (2) - (1)
<b>Variation du fonds de roulement net global</b>		
<b>Variation "Exploitation" :</b>		
Variation des actifs d'exploitation :		
Stocks et en-cours		
Créances Clients, comptes rattachés et autres créances d'exploitation		
Variation des dettes d'exploitation :		
Dettes Fournisseurs, Comptes rattachés et autres dettes d'exploitation		
<b>Totaux</b>		
<b>A. Variation nette "Exploitation"</b>		
<b>Variation "Hors exploitation" :</b>		
Variation des autres débiteurs		
Variation des autres créditeurs		
<b>Totaux</b>		
<b>B. Variation nette "Hors exploitation"</b>		
<b>Total A + B :</b>		
Besoins de l'exercice en fonds de roulement		
ou Dégagement net de fonds de roulement dans l'exercice		
<b>Variation "Trésorerie"</b>		
Variation des disponibilités		
Variation des concours bancaires courants et soldes créditeurs de banques		
<b>Totaux</b>		
<b>C. Variation nette "Trésorerie" (c)</b>		
<b>VARIATION DU FONDS DE ROULEMENT NET GLOBAL (Total A + B + C)</b>		
<b>Emploi net</b>		
<b>ou Ressource nette</b>		

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**3<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Jeudi 15 juin 2023**

**MATHEMATIQUES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 4 pages + celle-ci.**

## Exercice 1

### Partie A

On considère l'endomorphisme  $f$  de  $\mathbb{R}^3$  canoniquement associé à la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Montrer que le noyau de  $A$  est un plan vectoriel dont on donnera une équation cartésienne.
  - En déduire le rang de la matrice  $A$ . Est-elle inversible?
- Deux manières différentes d'obtenir la diagonalisation de  $A$  :
  - Justifier sans calcul que  $A$  est diagonalisable puis utiliser la trace de la matrice  $A$  pour déterminer le spectre de  $A$  (on précisera l'ordre de multiplicité des valeurs propres).
  - Calculer le polynôme caractéristique et déterminer les sous-espaces propres.
- Trouver une base orthonormée dans laquelle la matrice de  $f$  est diagonale.  
On notera  $P$  la matrice de passage. Exprimer  $P^{-1}$  en fonction de  $P$ .
- Calculer  $A^2$ .
  - En déduire une expression de  $A^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  que vous démontrerez par récurrence.

### Partie B

On s'intéresse aux matrices de la forme  $M_{a,b} = \begin{pmatrix} a & b & a \\ b & a & b \\ a & b & a \end{pmatrix}$ , avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ .

- Justifier que l'ensemble  $E = \{M_{a,b} \mid (a,b) \in \mathbb{R}^2\}$  est un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel.
- Discuter selon les valeurs de  $a$  et  $b$  le rang de la matrice  $M_{a,b}$ .
- On pose  $J = M_{1,0}$ . Calculer  $J, J^2, J^3$ . Conjecturer une expression de  $J^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

## Exercice 2

On considère dans ce problème la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par un premier terme  $u_0$  dans  $]0; 1[$  et par la relation de récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 - u_n + 1}.$$

On introduit la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - x + 1}$ .

### 1. Étude de $f$

- (a) Vérifier que  $f$  est bien définie sur  $\mathbb{R}$ .
  - (b) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , calculer  $f'(x)$ .  
Déterminer le tableau de variations de  $f$  sur  $[0; 1]$
  - (c) Dédire de la question 1b) que, pour tout  $x \in [0; 1]$ ,  $f(x) \in [0; 1]$
  - (d) Montrer que, pour tout  $x \in [0; 1]$ ,  $f(x) \geq x$
  - (e) A l'aide d'un développement asymptotique à l'ordre 2, montrer que la courbe représentative de  $f$  admet en  $+\infty$  une asymptote oblique dont on précisera l'équation. Donner la position relative entre la courbe et son asymptote.
  - (f) Montrer que, pour tout  $x \in [0; 1]$ ,  $|f'(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ .
2. (a) Dédire de la partie précédente que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n$  est bien défini et que  $u_n \in [0; 1]$ .
  - (b) Justifier que la suite  $(u_n)$  est monotone et convergente. Déterminer sa limite.
3. (a) Démontrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, |1 - u_{n+1}| \leq \frac{1}{\sqrt{3}}|1 - u_n|$ .
  - (b) En déduire alors que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|1 - u_n| \leq \frac{1}{\sqrt{3}^n}$ .
  - (c) Recopier et compléter l'algorithme suivant qui prend en entrée un nombre réel  $p$  correspondant à une précision ; et renvoie le rang pour lequel on est assuré que l'écart entre  $u_n$  et 1 est inférieur à cette précision  $p$ .

**Entrée :** un réel  $p$

$n \leftarrow 0$

tant que .....

$n \leftarrow n + 1$

Fin Tant que

**Sortie :** .....

A partir de quel rang est-on assuré d'avoir une précision d'au moins  $p = 10^{-3}$ .

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie pour tout couple  $(x, y)$  de  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy - x - y$

1. (a) Calculer les dérivées premières de  $f$ .  
(b) En déduire que le seul point critique de  $f$  est  $A(\frac{1}{6}; \frac{1}{6})$ .
2. (a) Calculer les dérivées partielles secondes.  
(b) En déduire que  $f$  présente un minimal local en  $A$  dont on précisera la valeur  $m$ .  
(c) Développer  $2(x + \frac{y}{2} - \frac{1}{4})^2 + \frac{3}{2}(y - \frac{1}{6})^2$ .  
En déduire que  $m$  est en fait un minimum global.
3. On considère la fonction  $g$  définie pour tout couple  $(x, y)$  de  $\mathbb{R}^2$  par

$$g(x, y) = 2e^{2x} + 2e^{2y} + 2e^{x+y} - e^x - e^y.$$

Utiliser les questions précédentes pour établir que  $g$  admet un minimum global sur  $\mathbb{R}^2$  et préciser en quel point il est atteint.

4. Quelques calculs d'intégrales ...

- (a) On considère l'ensemble  $\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 1\}$ .  
Représenter / décrire brièvement l'ensemble  $\mathcal{C}$ . Est ce un ouvert de  $\mathbb{R}^2$  ?

$$\text{Calculer } I = \iint_{\mathcal{C}} f(x, y) dx dy$$

- (b) On considère l'ensemble  $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$ .  
Représenter / décrire brièvement l'ensemble  $\mathcal{D}$ . Est ce un ouvert de  $\mathbb{R}^2$  ?  
Justifier que

$$J = \iint_{\mathcal{D}} f(x, y) dx dy = \int_{r=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} (2r^3 + 2r^3 \sin(\theta) \cos(\theta) - r^2(\sin(\theta) + \cos(\theta))) dr d\theta.$$

En déduire la valeur de  $J$ .

## Exercice 4

### Partie A

On considère les équations différentielles, de fonction inconnue  $f$  de variable réelle  $x$

$$(H) \quad f'(x) + f(x) = 0 \quad \text{et} \quad (E) \quad f'(x) + f(x) = 2xe^{-x}$$

1. Donner les solutions générales  $h$  de (H).
2. Donner les solutions générales  $g$  de (E).
3. En déduire la solution  $f$  de (E) vérifiant  $f(0) = 1$ .

### Partie B : Étude d'une fonction particulière $f$

On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par  $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$

1. Construire son tableau de variations. On précisera les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Justifier que l'intégrale  $I = \int_0^{+\infty} f(x)dx$  est convergente et calculer sa valeur.
3. (a) Montrer que son développement en série entière est  $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k^2 - k + 1}{k!} (-x)^k$ .

Quel est son rayon de convergence ?

- (b) En déduire la valeur de  $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k^2 - k + 1}{k!}$

### Partie C : Étude d'une suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

On considère pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , la fonction  $f_n$  définie par  $f_n(x) = (x^2 + 1) \frac{ne^{-x}}{n+x}$  sur  $[0; +\infty[$ .  
On notera  $C_n$  leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé donné.

1. Montrer que toutes les courbes  $C_n$  passent par un même point dont on donnera les coordonnées.
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , donner la limite de  $f_n$  en  $+\infty$ . Que peut on en déduire pour les courbes ?
3. (a) Établir que la suite de fonctions  $(f_n)$  converge simplement vers la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
- (b) Montrer que pour tout  $x \in [0; A]$ , où  $A$  est un réel positif, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

$$0 \leq f(x) - f_n(x) \leq \frac{A}{n}.$$

En déduire que la suite  $(f_n)$  converge uniformément sur  $[0; A]$  vers  $f$ .

- (c) Démontrer que cette convergence est uniforme sur  $[0; +\infty[$ .

En déduire la limite de la suite  $I_n = \int_0^{+\infty} f_n(x)dx$

**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 ET 16 JUIN 2023  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 16 juin 2023**

**STATISTIQUES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 2 pages + celle-ci.**

# Concours des directeurs d'établissement sanitaire social et médico-social

## Examen de Statistique 2023

Le barème est donné à titre indicatif.  
Le candidat est invité à lire le sujet dans son intégralité.

### Notations et Quantiles

- soit  $X$  une variable aléatoire :  $\mathbb{E}(X)$  désigne l'espérance de  $X$  et  $V(X)$  sa variance
- le quantile d'ordre 0.95 d'une loi normale centrée réduite est approx. égal à 1.6

### Exercice 1 Probabilités conditionnelles (2 pts)

Nous disposons de deux urnes, la première contenant 6 boules rouges et 3 noires, et la deuxième contenant 6 boules noires et 3 rouges.

1 (1 pt) Nous choisissons une urne au hasard et nous tirons deux boules. Nous obtenons deux boules rouges. Quelle est la probabilité qu'on ait choisi la première urne ?

2 (1 pt) Nous choisissons une urne au hasard, nous tirons une boule, nous notons sa couleur, nous la remettons dans l'urne, puis nous tirons une deuxième fois dans la même urne. Nous obtenons deux boules rouges. Quelle est la probabilité qu'on ait choisi la première urne ?

### Exercice 2 Lois discrètes (3 pts)

Soit  $X$  une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre 1 (densité  $f_X(x) = \exp(-x)$  si  $x \geq 0$  et 0 sinon). Nous définissons la variable aléatoire  $Y$  par  $Y = \lceil X \rceil$  (partie entière supérieure de  $X$ , par exemple si  $X = 0.87$  alors  $Y = 1$ ).

1 (1 pt) Quelles valeurs peut prendre  $Y$  ?

2 (1 pt) Déterminer la loi de  $Y$ .

3 (1 pt) Calculer  $\mathbb{E}(Y)$ .

### Exercice 3 Lois continues (3 pts)

Soit  $X$  une variable aléatoire de densité définie par

$$f_X(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{si } x \in [0, \pi/2], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1 (1 pt) Montrer que  $f_X$  est bien une densité de probabilité.

2 (1 pt) Calculer  $\mathbb{E}(X)$ .

**3 (1 pt)** Est-il plus probable que  $X$  soit inférieure à  $\pi/6$  ou supérieure à  $\pi/6$  ?

**Exercice 5 Estimation (6 pts)**

Nous considérons une variable aléatoire  $X$  admettant une densité de la forme

$$f_X(x; \theta) = k|x| \exp\left(-\frac{x^2}{2\theta}\right)$$

où  $\theta > 0$ . Soit  $X_1, \dots, X_n$  un  $n$ -échantillon (variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées) de  $X$ .

**1 (0.5 pt)** Déterminer la constante de normalisation  $k$ .

**2 (1.5 pt)** Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .

**3 (1.5 pts)** Donner un estimateur de  $\theta$  par la méthode des moments.

**4 (1.5 pts)** Donner l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\theta}_n$  de  $\theta$ .

**5 (1 pt)**  $\hat{\theta}_n$  est-il sans biais ?

**Exercice 6 Test (4 pts)**

La puissance d'une machine, fabriquée avec un procédé donné et exprimée en watts, est un phénomène aléatoire. Nous le modélisons par une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ .

Nous avons mesuré la puissance de 100 machines à la sortie de la chaîne de fabrication. Nous disposons ainsi d'un ( $n = 100$ )-échantillon de  $X$ . Nous supposons que l'écart-type de  $X$  est connu et égal à 100 watts.

**1 (1 pt)** Pour un risque de première espèce fixé à 5%, proposer un test de l'hypothèse  $H_0 : \mu = 3620$  watts contre l'hypothèse  $H_1 : \mu = 3600$ .

**2 (1 pt)** Calculer la puissance du test mis en évidence à la question précédente.

**3 (2 pts)** Supposons maintenant que la taille  $n$  de l'échantillon peut être choisie. Quelle devrait être cette taille pour que la puissance du test de  $H_0$  contre  $H_1$  au risque de première espèce de 5% soit de 95 % ?

**Exercice 7 Régression (2 pts)**

Expliquer l'objectif d'un modèle de régression, décrire une stratégie d'estimation et donner un exemple.