

**CONCOURS OUVERTS LES 5, 6, 7 et 8 juillet 2021  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS EXTERNE, EXTERNE SPECIAL dit « Talents »,  
INTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Jeudi 8 juillet 2021**

**STATISTIQUES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 7 pages + celle-ci.**

### Exercice 1 : Tourillons (3 points)

Dans une entreprise de fabrication de meubles à monter soi-même, on attache une grande importance à la qualité des "fournitures" qui permettent d'assembler lesdits meubles. En particulier, les tourillons (petites pièces en bois servant à assembler des pièces ou des panneaux de bois des meubles) doivent être de longueur satisfaisante. S'ils sont trop courts, la solidité du montage n'est plus assurée et s'ils sont trop longs alors c'est l'ajustement des panneaux qui n'est pas bonne. Chaque tourillon a donc une longueur requise que l'on appelle sa **côte**.

Un tourillon est considéré conforme si sa longueur ne s'écarte pas de plus de 1 millimètre de sa côte.

La machine qui coupe les tourillons a une précision nominale exprimée par un écart-type d'un demi-millimètre. On suppose que les longueurs de coupe sont indépendantes. On règle la machine sur une longueur de 22 millimètres. La longueur de coupe suit donc une loi normale d'espérance 22 et de variance  $0.5^2$ .

**Q 1. (0.5pt)** *Quelle est la probabilité qu'une pièce soit conforme ?*

**Q 2. (0.5pt)** *Un meuble nécessite 20 tourillons. On remplit donc un sac de 20 tourillons qui doivent être tous conformes. Quelle est la probabilité qu'ils soient effectivement tous conformes ?*

**Q 3. (1pt)** *Quel niveau de précision devrait atteindre la machine pour que cette probabilité atteigne 95% ?*

**Q 4. (1pt)** *Donnez un intervalle de confiance (95%) de la longueur moyenne des 20 tourillons contenus dans un sac. (on considère toujours la précision originelle de la machine).*

### Exercice 2 : CNG (2 points)

Lors de la session 2018, un ensemble de 643 candidats se sont présentés aux concours d'entrée au cycle de formation des élèves attachés d'administration hospitalière (AAH) et des élèves directeurs d'hôpital (DH). Selon les modalités d'accès au concours, leurs résultats ont été les suivants :

AAH+DH	Conc. externe	Conc. interne	3 <sup>ème</sup> conc.
Candidats présents	419	198	26
Candidats reçus	97	43	9

(Source : CNG)

Pour chaque concours (Externe-Interne-Troisième) nous définissons le taux de réussite par le rapport entre le nombre de candidats reçus et le nombre de candidats présents.

**Q 1. (1 pt)** *Avec un niveau de confiance de 95%, peut-on affirmer que la réussite dépend de la modalité du concours ?*

*Pour le concours externe, on dispose des détails suivants :*

	AAH	DH	Total
Candidats présents	159	260	419
Candidats reçus	47	50	97

**Q 2. (1 pt)** Avec un niveau de confiance de 95%, peut-on affirmer que le taux de réussite des AAH soit supérieur à celui des DH ?

**Exercice 3 : Écart (1.5 point)**

On considère une variable aléatoire  $X$  telle que :

$$E\left(\frac{X^2}{3} - 1\right) = 50 \quad \text{et} \quad V\left(\frac{X}{3} - 1\right) = 1$$

**Q 1. (0.5 pt)** Que vaut  $E\left(\frac{X}{3} - 1\right)$  ?

**Q 2. (0.5 pt)** Si l'on suppose que  $X$  suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$ , que valent les paramètres  $n$  et  $p$  ?

**Q 3. (0.5 pt)** Si l'on suppose que  $X$  suit une loi normale, que vaut  $P(|X - 9| > 3)$  ?

**Exercice 4 : Crise du logement (6 points)**

On a fait le relevé des transactions immobilières concernant les appartements sans terrain de la section cadastrale B de la commune d'Aubenas (Ardèche) entre janvier 2016 et juillet 2020. (source : Demande de valeur foncière - etalab.gouv.fr).

Après nettoyage de la base de données, on retient les deux variables suivantes :

— Variable  $x$  : "Surface réelle bâtie en mètres carrés"

— Variable  $y$  : "Valeur foncière en milliers d'euros"

Un traitement statistique de l'échantillon permet d'obtenir les valeurs suivantes :

— Nombre d'observations :  $n = 112$

—  $\sum x_i = 7\,286$

—  $\sum y_i = 9\,300.051$

—  $\sum x_i^2 = 503\,640$

—  $\sum y_i^2 = 861\,936.8054$

—  $\sum x_i \cdot y_i = 632\,212.348$

Dans le cadre d'un modèle de régression linéaire simple, on cherche à établir une relation entre la surface et la valeur d'un appartement sous la forme  $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \epsilon$ .

**Q 1. (1.5 pt)** À titre de calculs préliminaires, calculez les moyennes d'échantillon ( $\bar{x}$  et  $\bar{y}$ ), les variances non-corrigées ( $s_x^2$  et  $s_y^2$ ) la covariance non-corrigée ( $s_{XY}^2$ ) ainsi que  $\sum (x_i - \bar{x})^2$

**Q 2. (2 pts)** Par la méthode des moindres carrés ordinaires, déterminez les  $\hat{\beta}_0$  et  $\hat{\beta}_1$ , les meilleurs estimateurs des coefficients de la droite d'ajustement.

On note  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x$  la valeur foncière théorique (ou prévue) en milliers d'euros d'un appartement de  $x$  mètres carrés.

Sur la base de cet ajustement, on a pu calculer les valeurs suivantes :

$$- SCR = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 64\,732.04817$$

$$- SCE = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 24\,964.14466$$

**Q 3. (0.5 pt)** Calculez le coefficient de corrélation et le coefficient de détermination. Commentez.

**Q 4. (2 pts)** Proposez un intervalle de confiance de niveau 95% pour le paramètre  $\beta_1$  et commentez.

### Exercice 5 : Plein les yeux (4.5 points)

Dans une grande ville touristique, on distingue trois types d'établissements d'hébergement : les hôtels de luxe, les hôtels confort et les motels qui représentent respectivement  $1/6$ ,  $1/2$  et  $1/3$  des établissements d'hébergement de la ville.

Deux compagnies d'équipements vidéo se partagent le marché de l'équipement des différents établissements d'hébergement. Les établissements ne font appel qu'à une seule compagnie pour équiper toutes leurs chambres. La compagnie A équipe deux-tiers des hôtels de luxe, la moitié des hôtels confort et le quart des motels de la ville. La compagnie B équipe les établissements restant.

Les responsables des hébergements décident du type d'écran indépendamment de la compagnie à laquelle ils s'adressent. Les hôtels de luxe équipent 80% de leurs chambres avec des écrans très haute définition (THD) et 20% en haute définition (HD). Les hôtels confort ont 60% d'écrans THD tandis que les motels ont 75% d'écrans HD.

Par souci de simplification, on suppose que tous les établissements comptent le même nombre d'écrans. La part de marché d'une compagnie est donc égale à la part des hôtels qu'elle équipe.

**Conseils :** Sans que cela soit obligatoire, on vous suggère les notations suivantes :

—  $H$  est la variable Hébergement dont les modalités  $H_i$  sont  $H_L$ ,  $H_C$  et  $H_M$

—  $C$  est la variable Compagnie dont les modalités  $C_j$  sont  $C_A$  et  $C_B$

—  $E$  est la variable Écran dont les modalités  $E_k$  sont  $E_T$  et  $E_H$

Par ailleurs, le recours à une représentation en arborescence est conseillé pour répondre aux questions suivantes.

**Q 1. (0.5 point)** Déterminez la part de marché des deux compagnies.

**Q 2. (0.5 point)** Déterminez la part des chambres de la ville équipées d'écrans THD.

**Q 3. (0.5 point)** Déterminez la part de tous les écrans qui sont THD et ont été installés par la compagnie A.

**Q 4. (0.5 point)** Les responsables des hébergements décident du type d'écran indépendamment de la compagnie à laquelle elles s'adressent. Pourtant la variable Écran n'est pas indépendante de la variable Compagnie. Montrez-le et expliquez ce paradoxe apparent.

**Q 5. (1 point)** J'ai été kidnappé et me voilà emprisonné dans une chambre. En écoutant les discussions de mes ravisseurs, j'apprends que l'un d'entre eux a travaillé

une fois pour la compagnie A et que c'est comme ça qu'il a repéré cette chambre (dit autrement, l'écran installé dans la chambre a été installé par la compagnie A). Dans quel type d'hébergement ai-je donc le plus de chance d'être retenu prisonnier ?

**Q 6. (1 point)** En y regardant bien, je constate que c'est un écran THD qui est installé. Dans quel type d'hébergement est-il le plus probable que je sois retenu ? (indice : au regard de la question 4, que vous teniez compte du fait que l'écran ait été installé par la compagnie A ne change pas le résultat)

**Q 7. (0.5 point)** Mes ravisseurs ont décidé de changer d'endroit pour un nouvel hébergement. Dans cette chambre, il y a un écran HD, quelle est la probabilité que cet écran ait été installé par la compagnie A ?

### Exercice 6 : Passoire thermique (3 points)

Dans un ensemble immobilier composé de deux bâtiments, le système de chauffage est collectif. Lors de l'assemblée générale des copropriétaires, au moment de l'examen du bilan financier, les copropriétaires du bâtiment constatent que le poste des dépenses liées au chauffage est très (voire trop) élevé.

Selon Engie, la consommation électrique moyenne d'un appartement de 75 m<sup>2</sup> est d'environ 8800 Kwh. (système d'isolation de niveau moyen)

Pour le bâtiment A, on dispose des données de consommation (en Kwh) suivantes :

- Nombre de logements :  $n_A = 16$
- $\sum x_{A_i} = 143\,990$
- $\sum x_{A_i}^2 = 1\,299\,467\,300$
- Distribution supposée normale

**Q 1. (1 point)** Les habitants du bâtiment A soupçonnent que leur consommation électrique est bien supérieure à cette norme. Peut-on leur donner raison ( $\alpha = 5\%$ ) ?

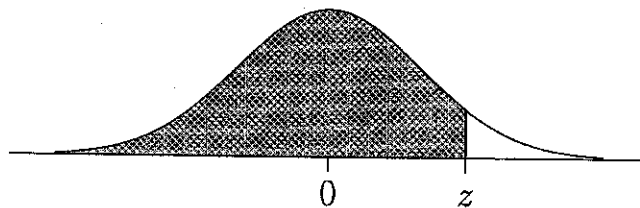
Les propriétaires du bâtiment A se plaignent d'avoir été délaissés par le passé dans les travaux d'isolation notamment par rapport à l'autre bâtiment de la résidence. On dispose des données similaires pour le bâtiment voisin.

- Nombre de logements :  $n_B = 12$
- $\sum x_{B_i} = 103\,450$
- $\sum x_{B_i}^2 = 895\,442\,900$
- Distribution supposée normale

**Q 2. (2 points)** Les propriétaires du bâtiment A n'en démordent pas et pensent que la consommation dans leur bâtiment est supérieure à celle du bâtiment B. Peut-on leur donner raison ( $\alpha = 5\%$ ) ?

# Fonction de Répartition Loi Normale $\mathcal{N}(0, 1^2)$

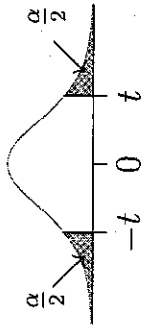
## $P(\mathcal{N}(0, 1^2) < z)$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

### Loi de Student

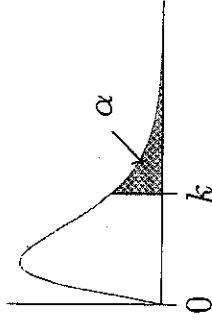
Valeur de  $t$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être dépassée en module  
 $P(|T_\nu| > t) = \alpha$



$\alpha$	0.3	0.25	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
$\nu = ddf$							
1	1.9626	2.4142	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2	1.3862	1.6036	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	1.2498	1.4226	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	1.1896	1.3444	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	1.1558	1.3009	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	1.1342	1.2733	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	1.1192	1.2543	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	1.1081	1.2403	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	1.0997	1.2297	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	1.0931	1.2213	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	1.0877	1.2145	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	1.0832	1.2089	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	1.0795	1.2041	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	1.0763	1.2001	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	1.0735	1.1967	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16	1.0711	1.1937	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	1.0690	1.1910	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	1.0672	1.1887	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	1.0655	1.1866	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	1.0640	1.1848	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	1.0627	1.1831	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	1.0614	1.1815	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	1.0603	1.1802	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	1.0593	1.1789	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	1.0584	1.1777	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	1.0575	1.1766	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	1.0567	1.1756	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	1.0560	1.1747	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	1.0553	1.1739	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	1.0547	1.1731	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
40	1.0500	1.1673	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
50	1.0473	1.1639	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
60	1.0455	1.1616	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
70	1.0442	1.1600	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
80	1.0432	1.1588	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
90	1.0424	1.1578	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316
100	1.0418	1.1571	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259
110	1.0413	1.1565	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213
120	1.0409	1.1559	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174
$\infty$	1.0364	1.1503	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758

### Loi de $\chi^2$

Valeur de  $k$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être dépassée  
 $P(\chi_\nu^2 > k) = \alpha$



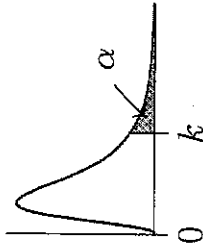
$\alpha$	0.99	0.975	0.95	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01
$\nu = ddf$									
1	0.000	0.001	0.004	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	4.168	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	4.865	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.053	3.816	4.575	5.578	10.341	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.571	4.404	5.226	6.304	11.340	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.107	5.009	5.892	7.042	12.340	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.660	5.629	6.571	7.790	13.339	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.229	6.262	7.261	8.547	14.339	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.812	6.908	7.962	9.312	15.338	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	7.564	8.672	10.085	16.338	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	8.231	9.390	10.865	17.338	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	8.907	10.117	11.651	18.338	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	9.591	10.851	12.443	19.337	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.897	10.283	11.591	13.240	20.337	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.542	10.982	12.338	14.041	21.337	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	11.689	13.091	14.848	22.337	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	12.401	13.848	15.659	23.337	33.196	36.415	39.364	42.980
25	11.524	13.120	14.613	16.473	24.337	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	13.844	15.379	17.292	25.336	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.879	14.573	16.151	18.114	26.336	36.741	40.113	43.195	46.963
28	13.565	15.308	16.928	18.939	27.336	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.256	16.047	17.708	19.768	28.336	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.953	16.791	18.493	20.599	29.336	40.256	43.773	46.979	50.892
40	22.164	24.433	26.509	29.051	39.335	51.805	55.758	59.342	63.691
50	29.707	32.357	34.764	37.689	49.335	63.167	67.505	71.420	76.154
60	37.485	40.482	43.188	46.459	59.335	74.397	79.082	83.298	88.379
70	45.442	48.758	51.739	55.329	69.334	85.521	90.523	95.023	100.425
80	53.540	57.153	60.391	64.278	79.334	96.578	101.879	106.629	112.329
90	61.754	65.647	69.126	73.291	89.334	107.565	113.145	118.136	124.116
100	70.065	74.222	77.929	82.358	99.334	118.498	124.342	129.561	135.807
110	78.458	82.867	86.792	91.471	109.334	129.385	135.480	140.917	147.414
120	86.923	91.573	95.705	100.624	119.334	140.233	146.567	152.211	158.950

# Loi de Fisher-Snedecor

Valeur de  $f$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être

$$P(\mathcal{J}_{\nu_1, \nu_2} > f) = \alpha$$

dépassée  
 $\alpha = 2.5\%$



$\nu_1$	$\nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,7	963,3	968,6	973,0	976,7	979,8	982,5	984,9	986,9	988,7	990,3	991,8	993,1
2	1	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,41	39,42	39,43	39,43	39,44	39,44	39,44	39,45	39,45
3	1	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,37	14,34	14,30	14,28	14,25	14,23	14,21	14,20	14,18	14,17
4	1	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,79	8,75	8,71	8,68	8,66	8,63	8,61	8,59	8,58	8,56
5	1	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,57	6,52	6,49	6,46	6,43	6,40	6,38	6,36	6,34	6,33
6	1	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,41	5,37	5,33	5,30	5,27	5,24	5,22	5,20	5,18	5,17
7	1	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,71	4,67	4,63	4,60	4,57	4,54	4,52	4,50	4,48	4,47
8	1	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,24	4,20	4,16	4,13	4,10	4,08	4,05	4,03	4,02	4,00
9	1	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,91	3,87	3,83	3,80	3,77	3,74	3,72	3,70	3,68	3,67
10	1	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,66	3,62	3,58	3,55	3,52	3,50	3,47	3,45	3,44	3,42
11	1	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,47	3,43	3,39	3,36	3,33	3,30	3,28	3,26	3,24	3,23
12	1	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,32	3,28	3,24	3,21	3,18	3,15	3,13	3,11	3,09	3,07
13	1	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,95
14	1	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,09	3,05	3,01	2,98	2,95	2,92	2,90	2,88	2,86	2,84
15	1	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	3,01	2,96	2,92	2,89	2,86	2,84	2,81	2,79	2,77	2,76
16	1	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,93	2,89	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,70	2,68
17	1	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,87	2,82	2,79	2,75	2,72	2,70	2,67	2,65	2,63	2,62
18	1	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,81	2,77	2,73	2,70	2,67	2,64	2,62	2,60	2,58	2,56
19	1	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,76	2,72	2,68	2,65	2,62	2,59	2,57	2,55	2,53	2,51
20	1	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,72	2,68	2,64	2,60	2,57	2,55	2,52	2,50	2,48	2,46
21	1	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,68	2,64	2,60	2,56	2,53	2,51	2,48	2,46	2,44	2,42
22	1	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,50	2,47	2,45	2,43	2,41	2,39
23	1	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,62	2,57	2,53	2,50	2,47	2,44	2,42	2,39	2,37	2,36
24	1	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,59	2,54	2,50	2,47	2,44	2,41	2,39	2,36	2,35	2,33
25	1	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,56	2,51	2,48	2,44	2,41	2,38	2,36	2,34	2,32	2,30
26	1	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,39	2,36	2,34	2,31	2,29	2,28
27	1	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,51	2,47	2,43	2,39	2,36	2,34	2,31	2,29	2,27	2,25
28	1	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,37	2,34	2,32	2,29	2,27	2,25	2,23
29	1	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,48	2,43	2,39	2,36	2,32	2,30	2,27	2,25	2,23	2,21
30	1	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,21	2,20
40	1	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07
50	1	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,26	2,22	2,18	2,14	2,11	2,08	2,06	2,03	2,01	1,99
60	1	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,22	2,17	2,13	2,09	2,06	2,03	2,01	1,98	1,96	1,94
80	1	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,35	2,28	2,21	2,16	2,11	2,07	2,03	2,00	1,97	1,95	1,92	1,90	1,88
100	1	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,94	1,91	1,89	1,87	1,85
200	1	5,10	3,76	3,18	2,85	2,63	2,47	2,35	2,26	2,18	2,11	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,87	1,84	1,82	1,80	1,78
$\infty$	1	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,99	1,94	1,90	1,87	1,83	1,80	1,78	1,75	1,73	1,71