



Centre National de Gestion

**CONCOURS OUVERTS LES 26, 27, 28 ET 29 MAI 2015 POUR L'ADMISSION
AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS D'HÔPITAL**

CONCOURS EXTERNE – INTERNE ET TROISIÈME CONCOURS

VENDREDI 29 MAI 2015

4^{ème} Épreuve écrite d'admissibilité

Durée : 4 heures – Coefficient : 3

STATISTIQUES

IMPORTANT –

Dès la remise du sujet, les candidats sont priés de vérifier le nombre de pages et la numérotation.

EXERCICES A TRAITER : 7 pages (dont celle-ci)

Exercice I : où sont les bon thermomètres ?

Une entreprise fabrique des thermomètres. En temps normal, 5% des thermomètres sont défectueux et ne donnent aucune température corporelle. Toutefois, un jour donné, suite à une avarie technique, ce taux atteint 20%. Les composants fabriqués ce jour là ont été placés dans deux cartons mais, suite à une mauvaise manipulation, ceux-ci se sont retrouvés mélangés avec trois autres. Il est désormais impossible de déceler les bons cartons des mauvais car ceux-ci contiennent des centaines de composants. Au total, il y a donc deux "mauvais cartons" (20% de composants défectueux) et trois "bons cartons" (5% de composants défectueux).

Afin d'éviter de livrer un mauvais carton à ses clients, l'entreprise décide de procéder à un sondage. Pour cela, elle choisit au hasard l'un des cinq cartons dans lequel elle prélève un thermomètre. On note M l'événement "sélectionner un mauvais carton" et B l'événement "sélectionner un bon carton".

1. Quelle est la probabilité d'avoir un mauvais carton sachant que le thermomètre prélevé s'avère défectueux ?
2. Vérifier que la probabilité d'avoir un bon carton sachant que le thermomètre est défectueux est compatible avec la probabilité de la question précédente.

Exercice II : j'ai mal à la tête

Une boîte contient 12 Efferalgans et 8 Aspirines. Cinq patients ont des maux de tête et trois d'entre eux ne supporte que l'Efferalgan. Les aides soignants ne sont pas au courant de cette intolérance des patients et pioche au hasard dans la boîte.

1. Un premier aide soignant pioche cinq fois dans la boîte et il réapprovisionne immédiatement la boîte selon le médicament retiré. Quelle est la probabilité que trois Efferalgans soient piochés ? Quelles est l'espérance et la variance du nombre d'Efferalgans piochés ? Déterminez la distribution du nombre d'Efferalgans piochés.
3. Un deuxième aide soignant pioche, également, cinq fois dans la boîte sans réapprovisionner cette dernière. Quel est dans ce cas la probabilité de piocher trois Efferalgans ? Calculez l'espérance et la variance du nombre d'Efferalgans piochés.
5. Quel type de comportement est le plus souhaitable pour les patients ? Si la boîte avait contenu 200 cachets, avec 120 aspirines et 80 Efferalgans, aurions-nous observé une plus importante différence sur la probabilité de piocher trois Efferalgans, selon les deux situations ? Pourquoi ? Aucun calcul dans cette question n'est ici demandé.

EXERCICE III : Bon petit déjeuner

La société "Croissant chaud" désire lancer sur le marché français un nouveau produit, le croissant congelé "prêt à cuire". Elle procède une étude de marché auprès des ménagères pour connaître les intentions d'achat de ce type de produit. Le dépouillement de l'enquête de l'enquête montre que 18% des ménages sont intéressés par ce produit.

1. Est-ce que la fréquence empirique trouvée sur cet échantillon est un bon estimateur de la proportion de la population mère ? Démontrez-le.
2. Sachant que l'échantillon comportait 2500 ménages, dans quel intervalle de confiance doit-on situer ce résultat, au seuil de 95% ? Le coefficient d'exhaustivité pourra être ignoré, on considère que la taille de la population mère est très importante.
3. Quelle taille d'échantillon aurait-il fallu choisir pour réduire cet intervalle, au moins, de moitié ?

EXERCICE IV : le cholestérol des souris

On expérimente en laboratoire les effets d'un nouveau traitement de l'excès de cholestérol dans le sang. On désire comparer ce nouveau traitement à l'ancien déjà existant dont les résultats ont été observés sur un groupe de 10 lapins. On a observé les taux de cholestérol (en dg/l) suivants :

Lapin n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ancien traitement : x	23	15	28	26	13	8	21	25	24	29
Nouveau traitement : y	18	22	33	34	19	12	27	32	31	30

La différence des taux de cholestérol est supposée normalement répartie.

1. On considère que l'ancien et le nouveau traitement ont été testés sur les mêmes lapins à différentes périodes.
 - a. Donner un intervalle de confiance à 95% pour la différence des moyennes m_x, m_y .
 - b. Le nouveau traitement a-t-il un effet significatif, au risque $\alpha=5\%$?
2. On considère, cette fois-ci, que l'ancien et le nouveau traitement ont été testés sur deux groupes différents de 10 lapins, indépendant l'un de l'autre.
 - a. Donner un intervalle de confiance de niveau 95% de comparaison de moyenne entre l'ancien et le nouveau traitement. Tester si l'on peut considérer qu'il existe une différence de traitement au risque $\alpha=5\%$?
 - b. Quel est l'avantage de considérer les échantillons appariés ?

EXERCICE V : avec modération

La question est de savoir, sur 150 individus interrogés, si on peut conclure à l'indépendance ou non des variables "type de vin préféré" et genre de l'individu avec un niveau de confiance de 95%.

<i>Sexe/Type de vin</i>	<i>Rouge</i>	<i>Rosé</i>	<i>Blanc</i>
<i>Homme</i>	40	20	20
<i>Femme</i>	30	30	10

Exercice VI : comment prévoir son budget ?

Nous considérons que le Chiffre d'Affaire mensuel (CA) d'une clinique privée dépend linéairement de son nombre de patients. Nous observons sur 9 mois les résultats suivants :

<i>Nombre de Patients</i>	<i>CA</i>
10	1230
20	1530
30	800
40	1670
50	2000
60	1860
70	1230
80	1520
90	1750

1. Calculer l'ordonnée à l'origine et la pente de ce modèle de régression linéaire simple ? Comment peut-on interpréter ces résultats ?
2. A quel chiffre d'affaire, on peut s'attendre si nous avons 100 patients dans cette clinique ?
3. Calculer le coefficient de détermination de ce modèle. Les coefficients estimés (constante et pente) sont-ils significatifs au seuil de 5% ? Peut-on avoir confiance dans les prévisions de ce modèle ? Commentez.

ANNEXE : TABLES STATISTIQUES

Loi de Laplace-Gauss centrée réduite, $F(t) = p\{T \leq t\}$

t	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997

Loi du Khi-deux de Pearson, $F(k)=p[K \leq k]$

$n \backslash F(k)$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99
1	0,00	0,00	0,02	0,06	0,15	0,27	0,45	0,71	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,10	0,21	0,45	0,71	1,02	1,39	1,83	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,11	0,35	0,58	1,01	1,42	1,87	2,37	2,95	3,66	4,64	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,71	1,06	1,65	2,19	2,75	3,36	4,04	4,88	5,99	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,55	1,15	1,61	2,34	3,00	3,66	4,35	5,13	6,06	7,29	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,64	2,20	3,07	3,83	4,57	5,35	6,21	7,23	8,56	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	2,17	2,83	3,82	4,67	5,49	6,35	7,28	8,38	9,80	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,73	3,49	4,59	5,53	6,42	7,34	8,35	9,52	11,03	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	3,33	4,17	5,38	6,39	7,36	8,34	9,41	10,66	12,24	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,94	4,87	6,18	7,27	8,30	9,34	10,47	11,78	13,44	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	4,57	5,58	6,99	8,15	9,24	10,34	11,53	12,90	14,63	17,28	19,68	21,92	24,72
12	3,57	5,23	6,30	7,81	9,03	10,18	11,34	12,58	14,01	15,81	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,89	7,04	8,63	9,93	11,13	12,34	13,64	15,12	16,98	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	6,57	7,79	9,47	10,82	12,08	13,34	14,69	16,22	18,15	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	7,26	8,55	10,31	11,72	13,03	14,34	15,73	17,32	19,31	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	7,96	9,31	11,15	12,62	13,98	15,34	16,78	18,42	20,47	23,54	26,30	28,85	32,00
17	6,41	8,67	10,09	12,00	13,53	14,94	16,34	17,82	19,51	21,61	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	9,39	10,86	12,86	14,44	15,89	17,34	18,87	20,60	22,76	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	10,12	11,65	13,72	15,35	16,85	18,34	19,91	21,69	23,90	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	10,85	12,44	14,58	16,27	17,81	19,34	20,95	22,77	25,04	28,41	31,41	34,17	37,57

Loi de Student, $F(t)=p[T \leq t]=1-\alpha/2$

$n \backslash \alpha$	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99
1	63,6567	25,4517	12,7062	6,3138	0,1584	0,0787	0,0393	0,0157
2	9,9248	6,2053	4,3027	2,9200	0,1421	0,0708	0,0354	0,0141
3	5,8409	4,1765	3,1824	2,3534	0,1366	0,0681	0,0340	0,0136
4	4,6041	3,4954	2,7764	2,1318	0,1338	0,0667	0,0333	0,0133
5	4,0321	3,1634	2,5706	2,0150	0,1322	0,0659	0,0329	0,0132
6	3,7074	2,9687	2,4469	1,9432	0,1311	0,0654	0,0327	0,0131
7	3,4995	2,8412	2,3646	1,8946	0,1303	0,0650	0,0325	0,0130
8	3,3554	2,7515	2,3060	1,8595	0,1297	0,0647	0,0323	0,0129
9	3,2498	2,6850	2,2622	1,8331	0,1293	0,0645	0,0322	0,0129
10	3,1693	2,6338	2,2281	1,8125	0,1289	0,0643	0,0321	0,0129
14	2,9768	2,5096	2,1448	1,7613	0,1280	0,0638	0,0319	0,0128
19	2,8609	2,4334	2,0930	1,7291	0,1274	0,0635	0,0318	0,0127
20	2,8453	2,4231	2,0860	1,7247	0,1273	0,0635	0,0317	0,0127
29	2,7564	2,3638	2,0452	1,6991	0,1268	0,0633	0,0316	0,0126
39	2,7079	2,3313	2,0227	1,6849	0,1265	0,0631	0,0315	0,0126
49	2,6800	2,3124	2,0096	1,6766	0,1263	0,0630	0,0315	0,0126
50	2,6778	2,3109	2,0086	1,6759	0,1263	0,0630	0,0315	0,0126

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,05$, $F(x)=p[X\leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	248,01	250,10
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,45	19,46
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,66	8,62
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,80	5,75
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,56	4,50
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,87	3,81
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,44	3,38
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,15	3,08
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	2,94	2,86
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,77	2,70
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,12	2,04
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	1,93	1,84

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,025$, $F(x)=p[X\leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28	968,63	993,10	1001,41
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,45	39,46
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,17	14,08
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,56	8,46
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,33	6,23
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,17	5,07
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,47	4,36
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,00	3,89
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,67	3,56
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,42	3,31
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,46	2,35
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,20	2,07