



CONCOURS OUVERTS LES 7, 8, 9 et 10 JUIN 2016
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX

CONCOURS INTERNE - EXTERNE et 3^{ème} CONCOURS

4^{ème} EPREUVE D'ADMISSIBILITE

(Durée : 4 heures – Coefficient : 3)

Vendredi 10 juin 2016

STATISTIQUES

Important : Dès la remise du sujet, les candidats sont priés de vérifier le nombre de pages et la numérotation.

EXERCICES A TRAITER : 7 pages (dont celle-ci)

EXERCICE I : utilisation de la loi normale

Soit X une variable aléatoire continue distribuée selon une loi normale de moyenne 12 et d'écart-type 4.

1. Calculer la probabilité de réalisation de chacun des événements suivants ($X=2$), ($X<16$), ($X>20$) et ($X<10$).
2. Déterminer le nombre e tel que la probabilité de réalisation de l'événement ($|X-12|>e$) soit égale à 0.01.
3. Soit Y la variable définie par la relation suivante : $Y=aX+b$ où a et b désignent deux paramètres réels. Calculez en fonction de a et b , l'espérance mathématique et la variance de Y . Déterminez a et b sachant que la probabilité de réalisation de l'événement ($Y<24$) est égale à 0.2266 et que celle de l'événement ($Y>42$) est égale à 0.0668.

EXERCICE II : dénombrement

1. On veut composer un cornet de glaces de trois boules choisis parmi 5 parfums différents. On admet la possibilité de choisir plusieurs boules du même parfum et on considère par exemple que Fraise-Vanille est le même cornet que Vanille-Fraise. Combien existe-t-il de cornets différents ?
2. Une urne contient n boules blanches et n boules noires. On en retire successivement toutes les boules sans remise.
 - a. Calculer la probabilité de tirer alternativement une boule blanche et une boule noire (en commençant donc par une blanche et en finissant par une boule noire). Présenter de manière détaillée votre calcul et/ou raisonnement.
 - b. Calculer la probabilité de tirer d'abord les n boules blanches puis les n boules noires. Présenter de manière détaillée votre calcul et/ou raisonnement.

EXERCICE III : stage intensif

Après un stage intensif, on interroge 100 basketteurs pour leur demander si physiquement ils se sentent mieux qu'avant le stage. La proportion de joueurs qui ont répondu positivement est de 27%. Nous admettrons, dans le cas présent, que les conditions d'approximation de la loi binomiale par une loi normale sont satisfaites et que le coefficient d'exhaustivité pourra être ignoré.

1. Donner un intervalle de confiance de cette proportion au seuil de 5%.
2. Démontrer dans quel cas l'erreur standard est maximum pour un intervalle de confiance sur une proportion p . En déduire la forme fonctionnelle de cette erreur standard maximale.
3. Si nous avons été dans ce cas, qu'elle aurait été la marge d'échantillonnage maximale de la proportion de joueurs ayant répondu favorablement ?

EXERCICE IV : écart-type

1. Démontrer que la variance empirique n'est pas un bon estimateur de la variance théorique.
2. La variance empirique sous-estime ou surestime la variance théorique ? Quelle correction doit-on effectuer pour obtenir un bon estimateur de la variance théorique ?

EXERCICE V : causes de décès et genre

En 2000 les quatre principales causes de décès en France étaient les maladies circulatoires, les tumeurs, les morts violentes et les maladies de l'appareil respiratoire. La répartition hommes-femmes de ces quatre causes de décès est consignée dans la tableau ci-dessous :

	Hommes (H)	Femmes (F)	Ensemble
Maladies circulatoires (C)	19.3%	22.3%	41.6%
Tumeurs (T)	23.1%	15.4%	38.5%
Morts violentes (V)	6.4%	4.3%	10.7%
Appareil respiratoire (R)	4.7%	4.5%	9.2%
Ensemble	53.5%	46.5%	100.0%

1. Calculez :

- a. La probabilité que la cause du décès soit une maladie circulatoire sachant que l'individu est un homme. La probabilité que la cause du décès soit une maladie circulatoire sachant que l'individu est une femme.
- b. La probabilité que la cause du décès soit une tumeur sachant que l'individu est un homme. La probabilité que la cause du décès soit une tumeur sachant que l'individu est une femme.
- c. La probabilité que la cause du décès soit une mort violente sachant que l'individu est un homme. La probabilité que la cause du décès soit une mort violente sachant que l'individu est une femme.
- d. La probabilité que la cause du décès soit une maladie respiratoire sachant que l'individu est un homme. La probabilité que la cause du décès soit une maladie respiratoire sachant que l'individu est une femme.

2. Retrouvez le tableau de contingence croisant les deux variables qualitatives, "principales causes de décès" et "genre", sachant que le nombre d'hommes décédés à cause de maladies circulatoires est de 75045.

3. Ces deux variables sont-elles indépendantes au seuil de risque $\alpha=1\%$? Interprétez le résultat global du test et les distances calculées par rapport à la situation d'indépendance pour chaque modalité croisée.

EXERCICE VI : comment réajuster des notes d'examen ?

Soit ε l'expérience aléatoire qui consiste à choisir au hasard un individu dans une population ayant passé un examen. Soit X la variable aléatoire qui associe à un étudiant la note attribuée par un correcteur à sa copie d'une épreuve d'examen (note sur 20). On suppose que X suit une loi Normale, $N(7; 2)$.

1. Quelle est la proportion p_{10} de candidats ayant obtenu au moins la moyenne à cette épreuve ?
2. Quelle est la note n_{10} en dessous de laquelle se situent 10% des étudiants ?
3. Comment peut-on réajuster, à l'aide de la transformation $Y=aX+b$, les notes de la promotion de manière à ce qu'on respecte les conditions (i) et (ii) :

(i) la proportion des candidats ayant obtenu au moins la moyenne à cette épreuve soit égale à 50% ;

(ii) la note en dessous de laquelle se situent 10% des étudiants soit égale à 7.

EXERCICE VII : effet du débat télévisé

Lors des primaires d'une campagne présidentielle, les sympathisants d'un parti sont interrogés sur leur opinion à propos d'un candidat avant et après un débat télévisé. Avant le débat, 64% des 980 personnes interrogées déclarent avoir une opinion positive sur le candidat. Après le débat, cette proportion n'est plus que de 61% chez les 1001 autres personnes interrogées. Testez si cette baisse est significative au seuil de 5% ? Nous admettrons, dans le cas présent, que les conditions d'approximation de la loi binomiale par une loi normale sont satisfaites et que le coefficient d'exhaustivité pourra être ignoré.

ANNEXE : TABLES STATISTIQUES

Loi de Laplace-Gauss centrée réduite, $F(t) = p[T \leq t]$

t	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997

Loi du Khi-deux de Pearson, $F(k)=p[K\leq k]$

$n \backslash F(k)$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99
1	0,00	0,00	0,02	0,06	0,15	0,27	0,45	0,71	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,10	0,21	0,45	0,71	1,02	1,39	1,83	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,11	0,35	0,58	1,01	1,42	1,87	2,37	2,95	3,66	4,64	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,71	1,06	1,65	2,19	2,75	3,36	4,04	4,88	5,99	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,55	1,15	1,61	2,34	3,00	3,66	4,35	5,13	6,06	7,29	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,64	2,20	3,07	3,83	4,57	5,35	6,21	7,23	8,56	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	2,17	2,83	3,82	4,67	5,49	6,35	7,28	8,38	9,80	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,73	3,49	4,59	5,53	6,42	7,34	8,35	9,52	11,03	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	3,33	4,17	5,38	6,39	7,36	8,34	9,41	10,66	12,24	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,94	4,87	6,18	7,27	8,30	9,34	10,47	11,78	13,44	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	4,57	5,58	6,99	8,15	9,24	10,34	11,53	12,90	14,63	17,28	19,68	21,92	24,72
12	3,57	5,23	6,30	7,81	9,03	10,18	11,34	12,58	14,01	15,81	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,89	7,04	8,63	9,93	11,13	12,34	13,64	15,12	16,98	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	6,57	7,79	9,47	10,82	12,08	13,34	14,69	16,22	18,15	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	7,26	8,55	10,31	11,72	13,03	14,34	15,73	17,32	19,31	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	7,96	9,31	11,15	12,62	13,98	15,34	16,78	18,42	20,47	23,54	26,30	28,85	32,00
17	6,41	8,67	10,09	12,00	13,53	14,94	16,34	17,82	19,51	21,61	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	9,39	10,86	12,86	14,44	15,89	17,34	18,87	20,60	22,76	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	10,12	11,65	13,72	15,35	16,85	18,34	19,91	21,69	23,90	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	10,85	12,44	14,58	16,27	17,81	19,34	20,95	22,77	25,04	28,41	31,41	34,17	37,57

Loi de Student, $F(t)=p[T\leq t]=1-\alpha/2$

$n \backslash \alpha$	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99
1	63,6567	25,4517	12,7062	6,3138	0,1584	0,0787	0,0393	0,0157
2	9,9248	6,2053	4,3027	2,9200	0,1421	0,0708	0,0354	0,0141
3	5,8409	4,1765	3,1824	2,3534	0,1366	0,0681	0,0340	0,0136
4	4,6041	3,4954	2,7764	2,1318	0,1338	0,0667	0,0333	0,0133
5	4,0321	3,1634	2,5706	2,0150	0,1322	0,0659	0,0329	0,0132
6	3,7074	2,9687	2,4469	1,9432	0,1311	0,0654	0,0327	0,0131
7	3,4995	2,8412	2,3646	1,8946	0,1303	0,0650	0,0325	0,0130
8	3,3554	2,7515	2,3060	1,8595	0,1297	0,0647	0,0323	0,0129
9	3,2498	2,6850	2,2622	1,8331	0,1293	0,0645	0,0322	0,0129
10	3,1693	2,6338	2,2281	1,8125	0,1289	0,0643	0,0321	0,0129
14	2,9768	2,5096	2,1448	1,7613	0,1280	0,0638	0,0319	0,0128
19	2,8609	2,4334	2,0930	1,7291	0,1274	0,0635	0,0318	0,0127
20	2,8453	2,4231	2,0860	1,7247	0,1273	0,0635	0,0317	0,0127
50	2,6778	2,3109	2,0086	1,6759	0,1263	0,0630	0,0315	0,0126

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,05$, $F(x)=p[X\leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	248,01	250,10
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,45	19,46
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,66	8,62
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,80	5,75
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,56	4,50
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,87	3,81
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,44	3,38
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,15	3,08
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	2,94	2,86
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,77	2,70
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,12	2,04
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	1,93	1,84

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,025$, $F(x)=p[X\leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28	968,63	993,10	1001,41
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,45	39,46
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,17	14,08
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,56	8,46
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,33	6,23
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,17	5,07
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,47	4,36
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,00	3,89
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,67	3,56
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,42	3,31
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,46	2,35
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,20	2,07