



**CONCOURS OUVERTS LES 11, 12, 13 et 14 juin 2018
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

CONCOURS INTERNE, EXTERNE et 3^{ème} CONCOURS

**4^{ème} EPREUVE D'ADMISSIBILITE
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

Jeudi 14 juin 2018

STATISTIQUES

SUJET :

Le sujet comporte 4 pages + celle-ci.

König-Huygens (1 point)

Démontrez le lien entre $V(X)$, $E(X)$ et $E(X^2)$.

Loi Normale (2 points)

Soit X une variable aléatoire normale de paramètres m et σ^2 .

Question 1 Sachant que $P(X \geq 33) = 0.0668$ et que $P(|X - m| \geq 1.5) = 0.4532$, déterminez les valeurs des deux paramètres m et σ^2 .

Basketball (2 points)

Le Basketball féminin a la réputation d'être plus collectif que le Basket Masculin. On veut savoir si cette caractéristique se répercute dans les statistiques de score. À ce sport, on peut marquer des paniers de longue distance (3pts), de courte distance (2pts) ou des paniers de pénalité (Lancers francs LF).

D'après les statistiques (chiffres officiels) de la FFBB (pour les hommes) et de la LFB (pour les femmes), la répartition moyenne par match des paniers réussis par équipe depuis le début de leurs championnats (25 matches pour les hommes et 17 matches pour les femmes) est la suivante :

	3pts	2pts	LF
Hommes	8	21	13
Femmes	6	20	10

Lecture : Depuis le début de la saison, les équipes masculines marquent, en moyenne, 8 paniers à 3 points par match.

Question 1 Avec un risque d'erreur de 5%, peut-on considérer que la structure des paniers par matches est indépendante du genre des joueurs ?

Élections (4 points)

À quelques jours du second tour d'une élection, une enquête effectuée sur un échantillon de 250 personnes crédite votre candidat favori de 45% des intentions de vote.

Question 1 Construisez un intervalle de confiance de niveau 95% de la proportion de partisans de votre candidat favoris. (2 points)

Question 2 Votre candidat a-t-il encore une chance d'être élu ? (1 point)

Question 3 Pour quelle valeur de p , l'erreur standard de cette estimation est-elle maximale ? Déterminez sur la base de cette valeur, la taille d'échantillon minimale requise pour réduire la marge d'erreur à 2 points de pourcentage avec un risque d'erreur de 95%. (1 point)

Contrôle Qualité (6 points)

Une entreprise fabrique des appareils électroniques dont le prix de vente est fixé à 300€. Le coût de production est de 100€. Malheureusement, la production n'est pas parfaite et l'on estime à 7% la part de la production défectueuse. Quand un client achète un produit défectueux, sa prise en charge par l'entreprise est estimée à 350€ (frais de traitement de la plainte, remplacement du produit, geste commercial et frais d'expédition).

En l'absence de tout contrôle de qualité, l'intégralité de la production est mise sur le marché et réputée vendue.

Question 1 Calculez l'espérance mathématique des bénéfices de l'entreprise en l'absence de contrôle de qualité. Quel coût peut-on attribuer à la "non-qualité" de la production ? (1 point)

L'entreprise décide donc de mettre en place un contrôle de qualité dont le coût unitaire est de 5€ par pièce contrôlée. Au terme de ce contrôle de qualité, une pièce jugée conforme sera mise sur le marché et considérée vendue, sinon, elle sera mise au rebut.

Le contrôle n'est pas complètement fiable. De sorte qu'il peut mettre au rebut un produit de bonne qualité avec une probabilité de 2%. En revanche, il peut accepter un produit de mauvaise qualité avec une probabilité de 1%.

Question 2 Quelle est la probabilité qu'une pièce produite soit mise sur le marché ? (1 point)

Question 3 Quelle est globalement la fiabilité du système de contrôle ? (1 point)

Question 4 Quelle est la probabilité que la pièce achetée par un client soit défectueuse ? (1 point)

Question 5 Quelle est la probabilité de trouver un produit non défectueux quand on cherche parmi les pièces mises au rebut ? (1 point)

Question 6 Calculez l'espérance de bénéfices de l'entreprise après la mise en place du contrôle qualité. Qu'en concluez-vous ? (1 point)

Pierre ou Marie CURIE ? (5 points)

Les enseignants du lycée Paul LANGEVIN ont souvent l'occasion de discuter de leurs élèves et aujourd'hui la discussion tourne autour de leur collège d'origine. Les élèves du collège Marie CURIE (Collège B) seraient, selon certains d'entre eux, d'un meilleur niveau que ceux du collège Pierre CURIE (Collège A). Afin de vérifier cette assertion, on a fait passer des tests aux quelques élèves des deux collèges inscrits dans le lycée et l'on a obtenu les résultats suivants :

	Groupe A Pierre CURIE	Groupe B Marie CURIE
Effectif	$n_A = 6$	$n_N = 7$
$\sum x$	57.49	89.87
$\sum x^2$	585.70	1201.36

On suppose que les notes obtenues aux tests suivent une loi normale.

Question 1 Posez les hypothèses d'un test de comparaison de moyennes qui permettrait d'établir le meilleur niveau des élèves originaires du collège Marie CURIE (Collège B.) (1 point)

Question 2 Avec un risque d'erreur de 5%, effectuez le test de la question précédente. (4 points)

ANNEXES
Tables statistiques (Extraits)

Fonction de Répartition Loi Normale $\mathcal{N}(0, 1^2)$

$$P(\mathcal{N}(0, 1^2) < z)$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

Loi de Student (Extrait) Valeur de t ayant la probabilité α d'être dépassée en module

$$P(|T_\nu| > t) = \alpha$$

α $\nu = ddl$	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,02	0,01
1	2,4142	3,0777	4,1653	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	1,6036	1,8856	2,2819	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	1,4226	1,6377	1,9243	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	1,3444	1,5332	1,7782	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	1,3009	1,4759	1,6994	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	1,2733	1,4398	1,6502	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	1,2543	1,4149	1,6166	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	1,2403	1,3968	1,5922	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	1,2297	1,3830	1,5737	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	1,2213	1,3722	1,5592	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	1,2145	1,3634	1,5476	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	1,2089	1,3562	1,5380	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	1,2041	1,3502	1,5299	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	1,2001	1,3450	1,5231	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	1,1967	1,3406	1,5172	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	1,1937	1,3368	1,5121	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	1,1910	1,3334	1,5077	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	1,1887	1,3304	1,5037	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	1,1866	1,3277	1,5002	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609

Loi de Fisher-Snedecor (Extrait) Valeur de f ayant la probabilité α d'être dépassée

$$P(\mathcal{F}_{\nu_1, \nu_2} > f) = 2.5\%$$

ν_1 ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28	968,63
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99

Loi de χ^2 (Extrait) Valeur de k ayant la probabilité α d'être dépassée

$$P(\chi^2_{\nu} > k) = \alpha$$

α $\nu = ddl$	0,99	0,975	0,95	0,9	0,5	0,1	0,05	0,025	0,01
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,455	2,706	3,841	5,024	6,635
2	0,020	0,051	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	7,378	9,210
3	0,115	0,216	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	9,348	11,345
4	0,297	0,484	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	11,143	13,277
5	0,554	0,831	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070	12,833	15,086
6	0,872	1,237	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	14,449	16,812
7	1,239	1,690	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	16,013	18,475
8	1,646	2,180	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507	17,535	20,090
9	2,088	2,700	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	19,023	21,666
10	2,558	3,247	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307	20,483	23,209
11	3,053	3,816	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	21,920	24,725
12	3,571	4,404	5,226	6,304	11,340	18,549	21,026	23,337	26,217
13	4,107	5,009	5,892	7,042	12,340	19,812	22,362	24,736	27,688
14	4,660	5,629	6,571	7,790	13,339	21,064	23,685	26,119	29,141
15	5,229	6,262	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	27,488	30,578