



Centre National de Gestion

**CONCOURS OUVERTS LES 30, 31 MAI, 1^{ER} ET 2 JUIN 2017 POUR L'ADMISSION
AU CYCLE DE FORMATION DES ÉLÈVES DIRECTEURS D'HÔPITAL**

CONCOURS EXTERNE – INTERNE ET 3^{ème} CONCOURS

VENDREDI 02 JUIN 2017

4^{ème} Épreuve écrite d'admissibilité

Durée : 4 heures - Coefficient : 3

STATISTIQUES

SUJETS – Pages 1 à 6

EXERCICE I : fréquence empirique (4 points)

1. Déterminer l'espérance et la variance d'une fréquence empirique, f . Quelles sont les particularités de la variance de cette fréquence, distinguer le cas petit et grand échantillon ? La fréquence empirique est-elle un bon estimateur de la proportion théorique, p ? Justifier votre réponse. (2 points)
2. Démontrer que la variance empirique n'est pas un bon estimateur de la variance théorique. (1 point)
3. La variance empirique sous-estime ou surestime la variance théorique ? Quelle correction doit-on effectuer pour obtenir un bon estimateur de la variance théorique ? (1 point)

Exercice II : comment prévoir son budget ? (5 points)

Nous considérons que le Chiffre d'Affaire mensuel (CA) d'une clinique privée dépend linéairement de son nombre de patients. Nous observons sur neuf mois les résultats suivants :

| <i>Nombre de Patients</i> | <i>CA</i> |
|---------------------------|-----------|
| 10 | 1230 |
| 20 | 1530 |
| 30 | 800 |
| 40 | 1670 |
| 50 | 2000 |
| 60 | 1860 |
| 70 | 1230 |
| 80 | 1520 |
| 90 | 1750 |

1. Calculer l'ordonnée à l'origine et la pente de ce modèle de régression linéaire simple ? Comment peut-on interpréter ces résultats ? (2 points)
2. A quel chiffre d'affaire, on peut s'attendre si nous avons 100 patients dans cette clinique ? (1 point)
3. Calculer le coefficient de détermination de ce modèle. Les coefficients estimés (constante et pente) sont-ils significatifs au risque de 5% ? Peut-on avoir confiance dans les prévisions de ce modèle ? Commenter. (2 points)

EXERCICE III : tradition (1 point)

On considère une variable aléatoire X telle que $E(4X^2-2)=110$ et $E(4X-2)=18$. Que vaut $V(4X-2)$?

EXERCICE IV : ma taille est-elle normale ? (4 points)

On regarde la taille des femmes en *cm* que l'on regroupe en 16 classes :

| <i>Borne inférieure</i> | <i>Borne supérieure</i> | <i>Effectifs observés</i> |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 160 | 163 | 8 |
| 163 | 164 | 12 |
| 164 | 165 | 29 |
| 165 | 166 | 53 |
| 166 | 167 | 65 |
| 167 | 168 | 75 |
| 168 | 169 | 110 |
| 169 | 170 | 121 |
| 170 | 171 | 110 |
| 171 | 172 | 116 |
| 172 | 173 | 92 |
| 173 | 174 | 62 |
| 174 | 175 | 47 |
| 175 | 176 | 28 |
| 176 | 178 | 26 |
| 178 | 181 | 6 |

1. Représenter graphiquement les données du tableau ci-dessus. (1 point)
2. Sur cette échantillon, on trouve une moyenne empirique de 170,03 cm et un écart type empirique de 3,108. Par quelle loi de Gauss pouvez-vous représenter la distribution de la « taille des femmes » ? (1 point)
3. Avec un niveau de confiance de 95%, tester si la variable « taille des femmes » peut être ajustée par la loi de Gauss de la question précédente ? Un arrondi de deux chiffres après la virgule est suffisant pour une lecture sur les tables statistiques. (2 points)

EXERCICE V : sondage BVA (4 points)

Dans une ville de 8000 habitants se déroule le deuxième tour des élections municipales qui oppose le candidat A au candidat B. Un sondage a été réalisé auprès de 600 personnes et 285 personnes ont déclaré qu'elles allaient voter pour le candidat A, les autres se prononçant pour le candidat B (il n'y a pas d'abstention).

1. Déterminer avec un niveau de confiance de 95% l'intervalle de confiance du score du candidat A. Avec un niveau de confiance de 90%, l'amplitude de l'intervalle augmente ou diminue ? Interpréter ces résultats. (2 points)
2. En déduire l'intervalle de confiance du candidat B pour un niveau de confiance de 95%. (1 point)
3. Après un débat télévisé, on interroge 1000 nouvelles personnes et 44% déclarent avoir une opinion positive sur le candidat A. Tester, avec un risque de 5%, si le débat a eu une influence significative concernant l'opinion des habitants sur le candidat A par rapport à la situation d'avant débat de la question 1. Pour cette question, nous considérons que le taux de sondage est suffisamment faible pour l'ignorer. (1 point)

EXERCICE VI : hygiène dentaire (2 points)

Une société désire lancer sur le marché français une nouvelle brosse à dent. Elle procède une étude de marché pour connaître les intentions d'achat de ce type de produit. Le dépouillement de l'enquête montre que 18% des ménages sont intéressés par ce produit.

1. Sachant que l'échantillon comportait 2500 ménages, dans quel intervalle de confiance doit-on situer ce résultat, au seuil de 95% ? Le coefficient d'exhaustivité pourra être ignoré, on considère que la taille de la population mère est très importante. (1 point)

2. Quelle taille d'échantillon aurait-il fallu choisir pour réduire cet intervalle, au moins, de moitié ?

(1 point)

ANNEXE : TABLES STATISTIQUES

Loi de Laplace-Gauss centrée réduite, $F(t) = p[T \leq t]$

| t | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|------------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |

Loi du Khi-deux de Pearson, $F(k)=p[K\leq k]$

| $n \backslash F(k)$ | 0,01 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
|---------------------------------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,06 | 0,15 | 0,27 | 0,45 | 0,71 | 1,07 | 1,64 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 |
| 2 | 0,02 | 0,10 | 0,21 | 0,45 | 0,71 | 1,02 | 1,39 | 1,83 | 2,41 | 3,22 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 |
| 3 | 0,11 | 0,35 | 0,58 | 1,01 | 1,42 | 1,87 | 2,37 | 2,95 | 3,66 | 4,64 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 |
| 4 | 0,30 | 0,71 | 1,06 | 1,65 | 2,19 | 2,75 | 3,36 | 4,04 | 4,88 | 5,99 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 |
| 5 | 0,55 | 1,15 | 1,61 | 2,34 | 3,00 | 3,66 | 4,35 | 5,13 | 6,06 | 7,29 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 |
| 6 | 0,87 | 1,64 | 2,20 | 3,07 | 3,83 | 4,57 | 5,35 | 6,21 | 7,23 | 8,56 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 |
| 7 | 1,24 | 2,17 | 2,83 | 3,82 | 4,67 | 5,49 | 6,35 | 7,28 | 8,38 | 9,80 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 |
| 8 | 1,65 | 2,73 | 3,49 | 4,59 | 5,53 | 6,42 | 7,34 | 8,35 | 9,52 | 11,03 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 |
| 9 | 2,09 | 3,33 | 4,17 | 5,38 | 6,39 | 7,36 | 8,34 | 9,41 | 10,66 | 12,24 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 |
| 10 | 2,56 | 3,94 | 4,87 | 6,18 | 7,27 | 8,30 | 9,34 | 10,47 | 11,78 | 13,44 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 |
| 11 | 3,05 | 4,57 | 5,58 | 6,99 | 8,15 | 9,24 | 10,34 | 11,53 | 12,90 | 14,63 | 17,28 | 19,68 | 21,92 | 24,72 |
| 12 | 3,57 | 5,23 | 6,30 | 7,81 | 9,03 | 10,18 | 11,34 | 12,58 | 14,01 | 15,81 | 18,55 | 21,03 | 23,34 | 26,22 |
| 13 | 4,11 | 5,89 | 7,04 | 8,63 | 9,93 | 11,13 | 12,34 | 13,64 | 15,12 | 16,98 | 19,81 | 22,36 | 24,74 | 27,69 |
| 14 | 4,66 | 6,57 | 7,79 | 9,47 | 10,82 | 12,08 | 13,34 | 14,69 | 16,22 | 18,15 | 21,06 | 23,68 | 26,12 | 29,14 |
| 15 | 5,23 | 7,26 | 8,55 | 10,31 | 11,72 | 13,03 | 14,34 | 15,73 | 17,32 | 19,31 | 22,31 | 25,00 | 27,49 | 30,58 |
| 16 | 5,81 | 7,96 | 9,31 | 11,15 | 12,62 | 13,98 | 15,34 | 16,78 | 18,42 | 20,47 | 23,54 | 26,30 | 28,85 | 32,00 |
| 17 | 6,41 | 8,67 | 10,09 | 12,00 | 13,53 | 14,94 | 16,34 | 17,82 | 19,51 | 21,61 | 24,77 | 27,59 | 30,19 | 33,41 |
| 18 | 7,01 | 9,39 | 10,86 | 12,86 | 14,44 | 15,89 | 17,34 | 18,87 | 20,60 | 22,76 | 25,99 | 28,87 | 31,53 | 34,81 |
| 19 | 7,63 | 10,12 | 11,65 | 13,72 | 15,35 | 16,85 | 18,34 | 19,91 | 21,69 | 23,90 | 27,20 | 30,14 | 32,85 | 36,19 |
| 20 | 8,26 | 10,85 | 12,44 | 14,58 | 16,27 | 17,81 | 19,34 | 20,95 | 22,77 | 25,04 | 28,41 | 31,41 | 34,17 | 37,57 |

Loi de Student, $F(t)=p[T\leq t]=1-\alpha/2$

| $n \backslash \alpha$ | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
|-----------------------------------------|-------------|--------------|-------------|------------|------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 63,6567 | 25,4517 | 12,7062 | 6,3138 | 0,1584 | 0,0787 | 0,0393 | 0,0157 |
| 2 | 9,9248 | 6,2053 | 4,3027 | 2,9200 | 0,1421 | 0,0708 | 0,0354 | 0,0141 |
| 3 | 5,8409 | 4,1765 | 3,1824 | 2,3534 | 0,1366 | 0,0681 | 0,0340 | 0,0136 |
| 4 | 4,6041 | 3,4954 | 2,7764 | 2,1318 | 0,1338 | 0,0667 | 0,0333 | 0,0133 |
| 5 | 4,0321 | 3,1634 | 2,5706 | 2,0150 | 0,1322 | 0,0659 | 0,0329 | 0,0132 |
| 6 | 3,7074 | 2,9687 | 2,4469 | 1,9432 | 0,1311 | 0,0654 | 0,0327 | 0,0131 |
| 7 | 3,4995 | 2,8412 | 2,3646 | 1,8946 | 0,1303 | 0,0650 | 0,0325 | 0,0130 |
| 8 | 3,3554 | 2,7515 | 2,3060 | 1,8595 | 0,1297 | 0,0647 | 0,0323 | 0,0129 |
| 9 | 3,2498 | 2,6850 | 2,2622 | 1,8331 | 0,1293 | 0,0645 | 0,0322 | 0,0129 |
| 10 | 3,1693 | 2,6338 | 2,2281 | 1,8125 | 0,1289 | 0,0643 | 0,0321 | 0,0129 |
| 14 | 2,9768 | 2,5096 | 2,1448 | 1,7613 | 0,1280 | 0,0638 | 0,0319 | 0,0128 |
| 19 | 2,8609 | 2,4334 | 2,0930 | 1,7291 | 0,1274 | 0,0635 | 0,0318 | 0,0127 |
| 20 | 2,8453 | 2,4231 | 2,0860 | 1,7247 | 0,1273 | 0,0635 | 0,0317 | 0,0127 |
| 50 | 2,6778 | 2,3109 | 2,0086 | 1,6759 | 0,1263 | 0,0630 | 0,0315 | 0,0126 |

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,05$, $F(x)= p[X \leq x]$

| n_2/n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 161,45 | 199,50 | 215,71 | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,88 | 248,01 | 250,10 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 | 19,45 | 19,46 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 | 8,66 | 8,62 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,80 | 5,75 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 | 4,56 | 4,50 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 3,87 | 3,81 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 | 3,44 | 3,38 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 | 3,15 | 3,08 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 | 2,94 | 2,86 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,77 | 2,70 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 | 2,12 | 2,04 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 1,93 | 1,84 |

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,025$, $F(x)= p[X \leq x]$

| n_2/n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 1 | 647,79 | 799,50 | 864,16 | 899,58 | 921,85 | 937,11 | 948,22 | 956,66 | 963,28 | 968,63 | 993,10 | 1001,41 |
| 2 | 38,51 | 39,00 | 39,17 | 39,25 | 39,30 | 39,33 | 39,36 | 39,37 | 39,39 | 39,40 | 39,45 | 39,46 |
| 3 | 17,44 | 16,04 | 15,44 | 15,10 | 14,88 | 14,73 | 14,62 | 14,54 | 14,47 | 14,42 | 14,17 | 14,08 |
| 4 | 12,22 | 10,65 | 9,98 | 9,60 | 9,36 | 9,20 | 9,07 | 8,98 | 8,90 | 8,84 | 8,56 | 8,46 |
| 5 | 10,01 | 8,43 | 7,76 | 7,39 | 7,15 | 6,98 | 6,85 | 6,76 | 6,68 | 6,62 | 6,33 | 6,23 |
| 6 | 8,81 | 7,26 | 6,60 | 6,23 | 5,99 | 5,82 | 5,70 | 5,60 | 5,52 | 5,46 | 5,17 | 5,07 |
| 7 | 8,07 | 6,54 | 5,89 | 5,52 | 5,29 | 5,12 | 4,99 | 4,90 | 4,82 | 4,76 | 4,47 | 4,36 |
| 8 | 7,57 | 6,06 | 5,42 | 5,05 | 4,82 | 4,65 | 4,53 | 4,43 | 4,36 | 4,30 | 4,00 | 3,89 |
| 9 | 7,21 | 5,71 | 5,08 | 4,72 | 4,48 | 4,32 | 4,20 | 4,10 | 4,03 | 3,96 | 3,67 | 3,56 |
| 10 | 6,94 | 5,46 | 4,83 | 4,47 | 4,24 | 4,07 | 3,95 | 3,85 | 3,78 | 3,72 | 3,42 | 3,31 |
| 20 | 5,87 | 4,46 | 3,86 | 3,51 | 3,29 | 3,13 | 3,01 | 2,91 | 2,84 | 2,77 | 2,46 | 2,35 |
| 30 | 5,57 | 4,18 | 3,59 | 3,25 | 3,03 | 2,87 | 2,75 | 2,65 | 2,57 | 2,51 | 2,20 | 2,07 |