



**CONCOURS OUVERTS LES 13, 14, 15 et 16 JUIN 2017
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

CONCOURS INTERNE, EXTERNE et 3^{ème} CONCOURS

**4^{ème} EPREUVE D'ADMISSIBILITE
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

Vendredi 16 juin 2017

STATISTIQUES

Sujet : 7 pages (dont celle-ci).

Exercice I : où sont les bons thermomètres ? (3 points)

Une entreprise fabrique des thermomètres. En temps normal, 5% des thermomètres sont défectueux et ne donnent aucune température corporelle. Toutefois, un jour donné, suite à une avarie technique, ce taux atteint 20%. Les thermomètres fabriqués ce jour-là ont été placés dans deux cartons mais, suite à une mauvaise manipulation, ceux-ci se sont retrouvés mélangés avec trois autres. Il est désormais impossible de déceler les bons cartons des mauvais. Au total, il y a donc deux "mauvais cartons" (contenant 20% de thermomètres défectueux) et trois "bons cartons" (contenant 5% de thermomètres défectueux).

Afin d'éviter de livrer un mauvais carton à ses clients, l'entreprise décide de procéder à un sondage. Pour cela, elle choisit au hasard l'un des cinq cartons dans lequel elle prélève un thermomètre. On note M l'événement "sélectionner un mauvais carton" et B l'événement "sélectionner un bon carton".

1. Quelle est la probabilité d'avoir un mauvais carton sachant que le thermomètre prélevé s'avère défectueux ? (2 points)
2. Vérifier que la probabilité d'avoir un bon carton sachant que le thermomètre est défectueux est compatible avec la probabilité de la question précédente. (1 point)

EXERCICE II : jeu télévisé (3 points)

Lors d'un jeu télévisé, un candidat répond systématiquement au hasard aux questions qui lui sont posées. Le jeu comporte cinq questions successives à trois choix. Toute réponse fautive est éliminatoire, et le candidat ne peut pas se retirer volontairement.

1. Déterminez la loi de la variable aléatoire X qui associe au candidat le "nombre de réponses correctes". (1 point)
2. Calculez $E(X)$ et $Var(X)$. (1 point)
3. Si le candidat fournit au moins une bonne réponse, il reçoit à la fin du jeu un gain en euros égal à $G=2^{X-1}$. Calculez $E(G)$. (1 point)

EXERCICE III : genre et préférence de cours (2 points)

Soit le tableau ci-dessous, qui donne les résultats d'une enquête auprès de 400 étudiants, sur leurs préférences en matière de cours. On leur a demandé : « Parmi ces quatre matières : Histoire de la Pensée Économique (HPE), Microéconomie, Macroéconomie et Droit laquelle préférez-vous ? ». Il était interdit de répondre « aucune ». Selon le tableau ci-dessous, les variables « genre » et « préférence de cours » sont-elles indépendantes avec un risque de 5% ? Interprétez le résultat.

	<i>H</i>	<i>F</i>
<i>HPE</i>	50	50
<i>Droit</i>	110	25
<i>Microéconomie</i>	40	25
<i>Macroéconomie</i>	50	50

EXERCICE IV : proportion et puissance (4 points)

Le cahier des charges du principal client d'un fabricant de cartes à puces impose une proportion de cartes défectueuses dans la production totale, inférieure ou égale à 0.5%. Suite à une livraison, un client prétend que celle-ci contient 0.7% de cartes défectueuses. Le fournisseur décide de poser le test suivant :

H_0 : la proportion de cartes défectueuses est égale à 0.5%

H_1 : la proportion de cartes défectueuses est supérieure à 0.5%

Dans un échantillon de taille 1000, six cartes s'avèrent défectueuses. Nous admettrons, dans le cas présent, que les conditions d'approximation de la loi binomiale par une loi normale sont satisfaites et que le coefficient d'exhaustivité pourra être ignoré.

1. Effectuez le test proposé par le fournisseur avec un risque de 2%. Vous devez choisir les valeurs les plus proches de ce seuil dans la lecture des tables statistiques. (1 point)
2. Calculez le risque de deuxième espèce de ce test, en considérant que H_1 est désormais l'affirmation du client (proportion égale à 0.7%). A partir de quel nombre de cartes à puces défectueuses sur notre échantillon nous aurions rejeter l'hypothèse H_0 ? En déduire la puissance du test. Commentez. (3 points)

EXERCICE V : personnel (5 points)

Dans un hôpital de 2000 salariés, on a pu constater que 45% des salariés utilisent leur véhicule personnel pour se rendre à leur travail.

1. Si l'on choisit quatre salariés au hasard, quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire « Nombre d'individus, parmi les quatre, qui se rendent sur leur lieu de travail avec leur véhicule personnel ? ». Quelles approximations peut-on faire ? (1 point)
2. Quelle est la probabilité qu'aucun de ces individus ne vienne avec son véhicule personnel ? (1 point)
3. Les services administratifs regroupent 50 personnes. Dans quel intervalle de confiance de niveau 95% peut-on placer la part des membres des services administratifs qui utilisent leur véhicule personnel pour se rendre sur leur lieu de travail ? (1 point)
4. Pour un niveau de confiance au moins égal à 98%, quelle doit être la taille n d'un échantillon qui amènera un intervalle $[0.4 ; 0.5]$? (2 points)

EXERCICE VI : consommation électrique (3 points)

1. Quelles sont les implications du passage du cas d'un intervalle de confiance d'une moyenne avec variance connue au cas où la variance est inconnue ? Vous discuterez également les différentes modifications qui vont se produire sur la précision de l'intervalle. (1 point)

Une enquête réalisée sur 20 foyers parisiens indique une consommation moyenne d'électricité de 1400 kWh et un écart-type de 250. On suppose que la consommation d'électricité suit une loi normale et que le taux de sondage est très faible au regard de la population mère.

2. Dans quel intervalle de confiance de niveau 99% se trouve la consommation moyenne dans la population parisienne. (1 point)
3. Dans quel intervalle de confiance de niveau 98% se trouve la variance de consommation électrique de la population parisienne ? (1 point)

ANNEXE : TABLES STATISTIQUES

Loi de Laplace-Gauss centrée réduite, $F(t) = p[T \leq t]$

t	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997

Loi du Khi-deux de Pearson, $F(k)=p[K\leq k]$

$n \backslash F(k)$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99
1	0,00	0,00	0,02	0,06	0,15	0,27	0,45	0,71	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,10	0,21	0,45	0,71	1,02	1,39	1,83	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,11	0,35	0,58	1,01	1,42	1,87	2,37	2,95	3,66	4,64	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,71	1,06	1,65	2,19	2,75	3,36	4,04	4,88	5,99	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,55	1,15	1,61	2,34	3,00	3,66	4,35	5,13	6,06	7,29	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,64	2,20	3,07	3,83	4,57	5,35	6,21	7,23	8,56	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	2,17	2,83	3,82	4,67	5,49	6,35	7,28	8,38	9,80	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,73	3,49	4,59	5,53	6,42	7,34	8,35	9,52	11,03	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	3,33	4,17	5,38	6,39	7,36	8,34	9,41	10,66	12,24	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,94	4,87	6,18	7,27	8,30	9,34	10,47	11,78	13,44	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	4,57	5,58	6,99	8,15	9,24	10,34	11,53	12,90	14,63	17,28	19,68	21,92	24,72
12	3,57	5,23	6,30	7,81	9,03	10,18	11,34	12,58	14,01	15,81	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,89	7,04	8,63	9,93	11,13	12,34	13,64	15,12	16,98	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	6,57	7,79	9,47	10,82	12,08	13,34	14,69	16,22	18,15	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	7,26	8,55	10,31	11,72	13,03	14,34	15,73	17,32	19,31	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	7,96	9,31	11,15	12,62	13,98	15,34	16,78	18,42	20,47	23,54	26,30	28,85	32,00
17	6,41	8,67	10,09	12,00	13,53	14,94	16,34	17,82	19,51	21,61	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	9,39	10,86	12,86	14,44	15,89	17,34	18,87	20,60	22,76	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	10,12	11,65	13,72	15,35	16,85	18,34	19,91	21,69	23,90	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	10,85	12,44	14,58	16,27	17,81	19,34	20,95	22,77	25,04	28,41	31,41	34,17	37,57

Loi de Student, $F(t)=p[T\leq t]=1-\alpha/2$

$n \backslash \alpha$	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99
1	63,6567	25,4517	12,7062	6,3138	0,1584	0,0787	0,0393	0,0157
2	9,9248	6,2053	4,3027	2,9200	0,1421	0,0708	0,0354	0,0141
3	5,8409	4,1765	3,1824	2,3534	0,1366	0,0681	0,0340	0,0136
4	4,6041	3,4954	2,7764	2,1318	0,1338	0,0667	0,0333	0,0133
5	4,0321	3,1634	2,5706	2,0150	0,1322	0,0659	0,0329	0,0132
6	3,7074	2,9687	2,4469	1,9432	0,1311	0,0654	0,0327	0,0131
7	3,4995	2,8412	2,3646	1,8946	0,1303	0,0650	0,0325	0,0130
8	3,3554	2,7515	2,3060	1,8595	0,1297	0,0647	0,0323	0,0129
9	3,2498	2,6850	2,2622	1,8331	0,1293	0,0645	0,0322	0,0129
10	3,1693	2,6338	2,2281	1,8125	0,1289	0,0643	0,0321	0,0129
14	2,9768	2,5096	2,1448	1,7613	0,1280	0,0638	0,0319	0,0128
19	2,8609	2,4334	2,0930	1,7291	0,1274	0,0635	0,0318	0,0127
20	2,8453	2,4231	2,0860	1,7247	0,1273	0,0635	0,0317	0,0127

50	2,6778	2,3109	2,0086	1,6759	0,1263	0,0630	0,0315	0,0126
----	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,05$, $F(x)= p[X \leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	248,01	250,10
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,45	19,46
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,66	8,62
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,80	5,75
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,56	4,50
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,87	3,81
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,44	3,38
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,15	3,08
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	2,94	2,86
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,77	2,70
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,12	2,04
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	1,93	1,84

Loi de Fisher-Snedecor, pour $\alpha=0,025$, $F(x)= p[X \leq x]$

n_2/n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28	968,63	993,10	1001,41
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,45	39,46
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,17	14,08
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,56	8,46
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,33	6,23
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,17	5,07
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,47	4,36
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,00	3,89
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,67	3,56
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,42	3,31
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,46	2,35
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,20	2,07